



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



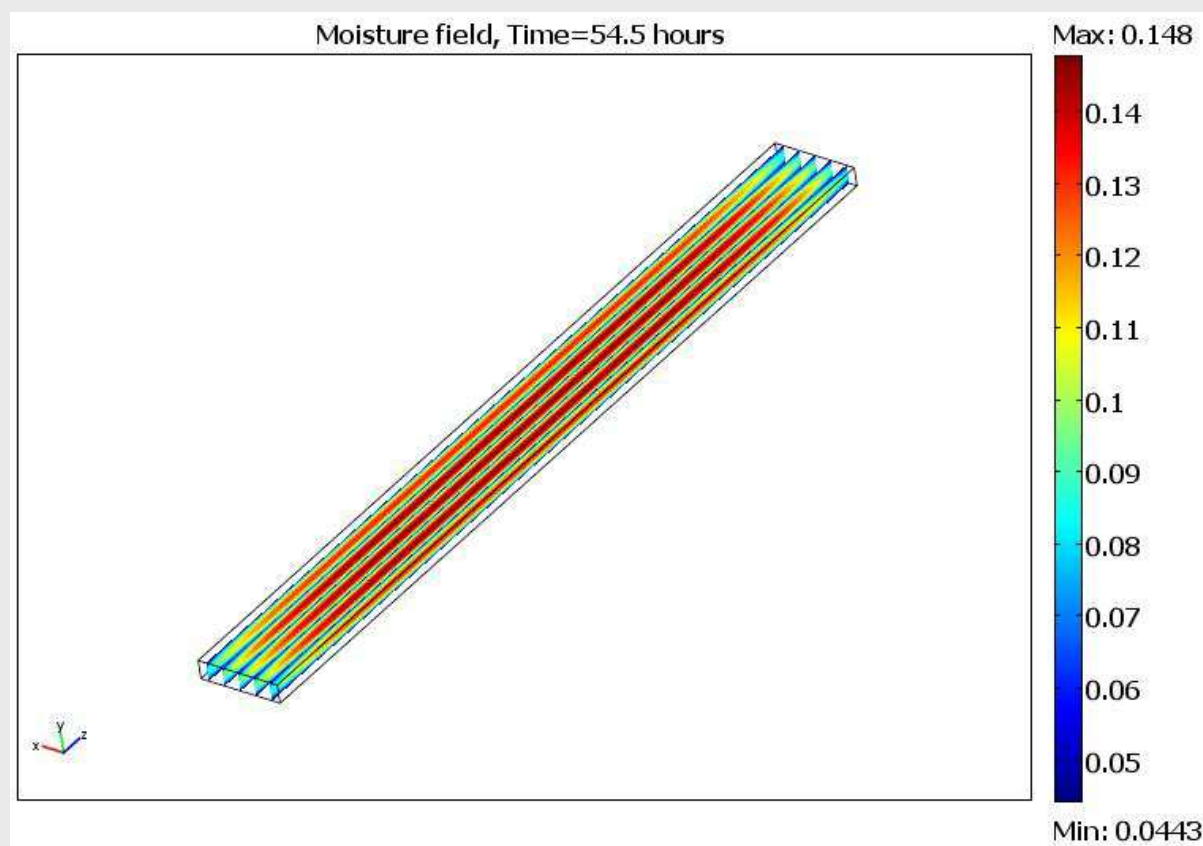
OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Technologie a procesy sušení dřeva

## 5. Deformačně-napěťové pole ve dřevě během sušení

V této prezentaci jsou ke stávajícím teplotně-vlhkostním rovnicím přidány rovnice popisující deformace a napětí ve dřevě, které vznikají při změnách vlhkosti a teploty.



Vliv gradientu teploty na deformace dřeva je většinou zanedbatelný. Simulace může být provedena například v programu Comsol Multiphysics s podporou programu MATLAB. Pro popis deformací a napětí je třeba definovat složky posunutí ve směru os  $x$ ,  $y$ ,  $z$  vektorem  $(u, v, w)$ . Deformace jsou potom popsány symetrickým tensorem obsahující tři normálové složky  $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$  a v případě symetrie tři smykové složky  $(\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{xz})$ .

Napětí jsou analogicky k deformacím popsány symetrickým tensorem o třech normálových  $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  a třech smykových složkách  $(\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz})$ .

Zavedme následující značení:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_M = \begin{pmatrix} \varepsilon_{Mx} \\ \varepsilon_{My} \\ \varepsilon_{Mz} \\ \varepsilon_{Mxy} \\ \varepsilon_{Myz} \\ \varepsilon_{Mxz} \end{pmatrix} = (M - M_0) \begin{pmatrix} CME_T \\ CME_R \\ CME_L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_T = \begin{pmatrix} \varepsilon_{Tx} \\ \varepsilon_{Ty} \\ \varepsilon_{Tz} \\ \varepsilon_{Txy} \\ \varepsilon_{Tyz} \\ \varepsilon_{Txz} \end{pmatrix} = (T - T_0) \begin{pmatrix} CTE_T \\ CTE_R \\ CTE_L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

kde  $\boldsymbol{\varepsilon}_M$  je vektor vlhkostních deformací,  $\boldsymbol{\varepsilon}_T$  je vektor teplotních deformací,  $CME_T$ ,  $CME_R$ ,  $CME_L$  jsou koeficienty vlhkostní deformace a  $CTE_T$ ,  $CTE_R$ ,  $CTE_L$  jsou koeficienty teplotní deformace.

Potom podle Hookova zákona platí následující vztah:  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_M - \boldsymbol{\varepsilon}_T)$

$$\mathbf{C} = (C_{ij})_{i,j=1,\dots,6} = \begin{pmatrix} \frac{E_x(1-\mu_{yz}\mu_{zy})}{\Delta} & \frac{E_x(\mu_{yx}+\mu_{zx}\mu_{yz})}{\Delta} & \frac{E_x(\mu_{zx}+\mu_{yx}\mu_{zy})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_y(\mu_{xy}+\mu_{xz}\mu_{zy})}{\Delta} & \frac{E_y(1-\mu_{zx}\mu_{xz})}{\Delta} & \frac{E_y(\mu_{zy}+\mu_{zx}\mu_{xy})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_z(\mu_{xz}+\mu_{xy}\mu_{yz})}{\Delta} & \frac{E_z(\mu_{yz}+\mu_{xz}\mu_{yx})}{\Delta} & \frac{E_z(1-\mu_{xy}\mu_{yx})}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{xz} \end{pmatrix}$$

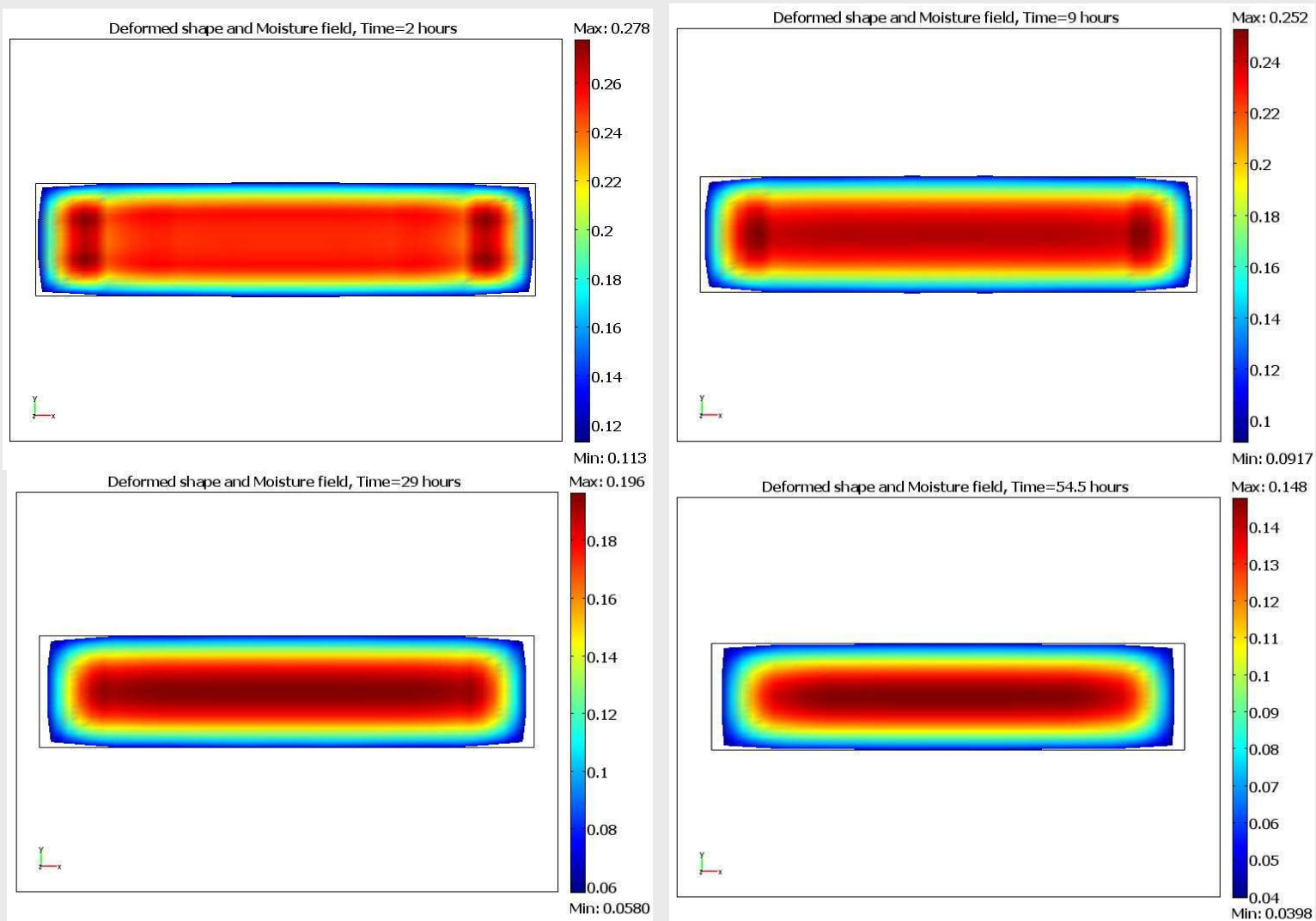
$$\Delta = 1 - \mu_{xy}\mu_{yx} - \mu_{yz}\mu_{zy} - \mu_{zx}\mu_{xz} - 2\mu_{xy}\mu_{yz}\mu_{zx}$$

je Hookova matice s mechanickými vlastnostmi material jako jsou moduly pružnosti  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  a Poissonovy čísla  $\mu_{kl}$ , kde indexy  $k, l = x, y, z$ .

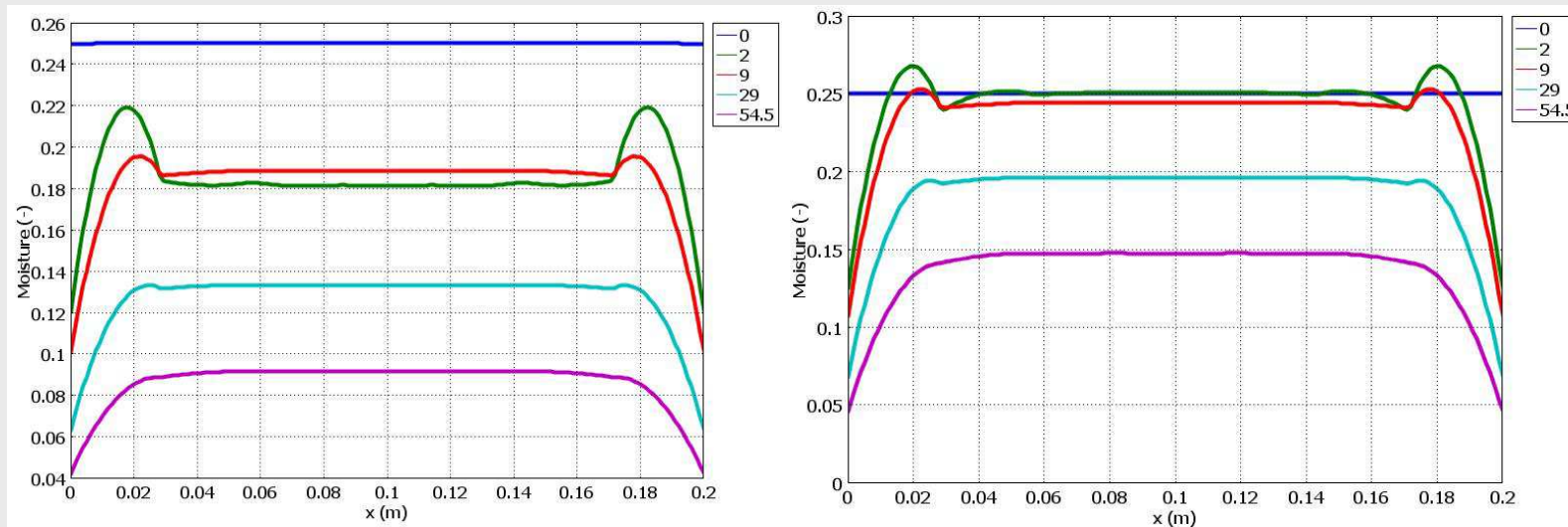
Výsledná soustava tří parciálních diferenciálních rovnic pro neznámé tři složky posunutí ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) vypadá následovně:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = F_x$$
$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = F_y$$
$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = F_z$$

kde  $\mathbf{F}=(F_x, F_y, F_z)$  značí vnější silové působení na těleso.



Tento obrázek ilustruje vliv Soretova efektu na distribuci vlhkosti uvnitř řeziva. Můžete vidět, že na začátku sušení je vliv Soretova efektu největší a po 10 hodinách (kdy je řezivo již prohřáté – teplota je rovnoměrně rozložena – gradient teploty se nuluje) vymizí. Na začátku sušení tento efekt způsobí zvýšení vlhkosti pod povrchovými vrstvami nad počáteční vlhkost.



a)

b)

*Simulované vlhkostní profily uprostřed tloušťky řeziva ( $y=0.0225$  m) a podél šířky řeziva (podél osy  $x$ ) v průřezu a) na čele ( $z=0$ ) a b) uprostřed délky řeziva ( $z=1$ )*

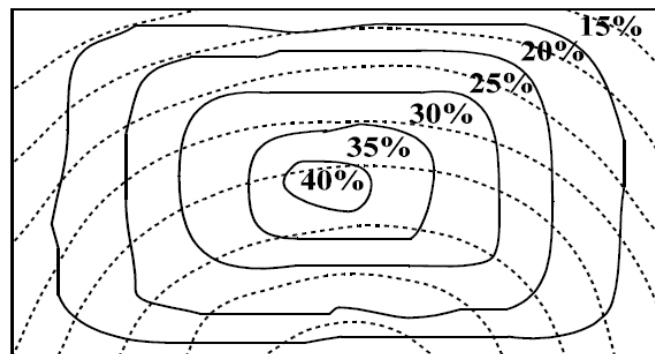


## Napětí ve dřevě během jeho sušení

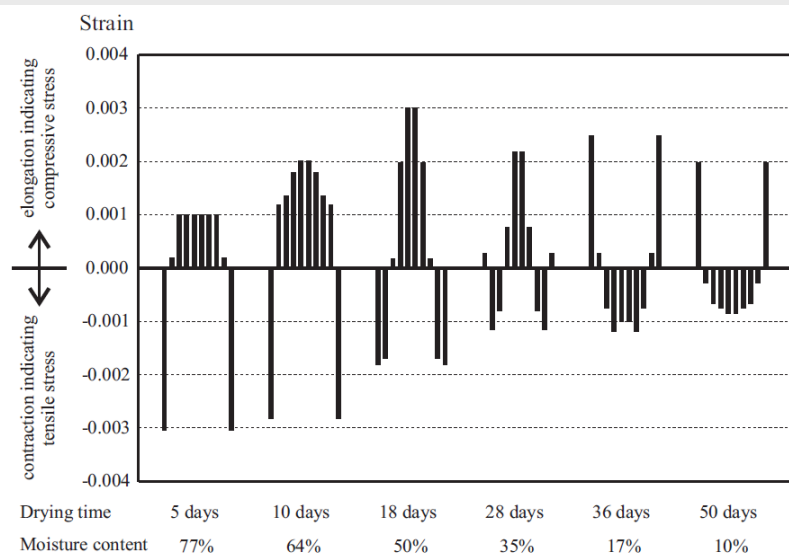
- vlhkostní (nebo teplotní) napětí (dočasné, mizí po vyrovnání vlhkosti nebo teploty)
- zbytková (trvalé, nezmizí po vyrovnání vlhkosti nebo teploty)

Obojí je vyvoláno gradientem vlhkosti (nebo teploty), ale zbytkové napětí ve dřevě zůstane i po vynulování gradientu vlhkosti (nebo teploty) a uvolní se až po rozřezání řeziva (tedy narušení struktury dřeva). Zbytkové napětí je pravděpodobně důsledkem změny vnitřní struktury dřeva a otázkou je, zda vzniká už při elastickém (přužném) namáhání nebo až při plastickém namáhání???

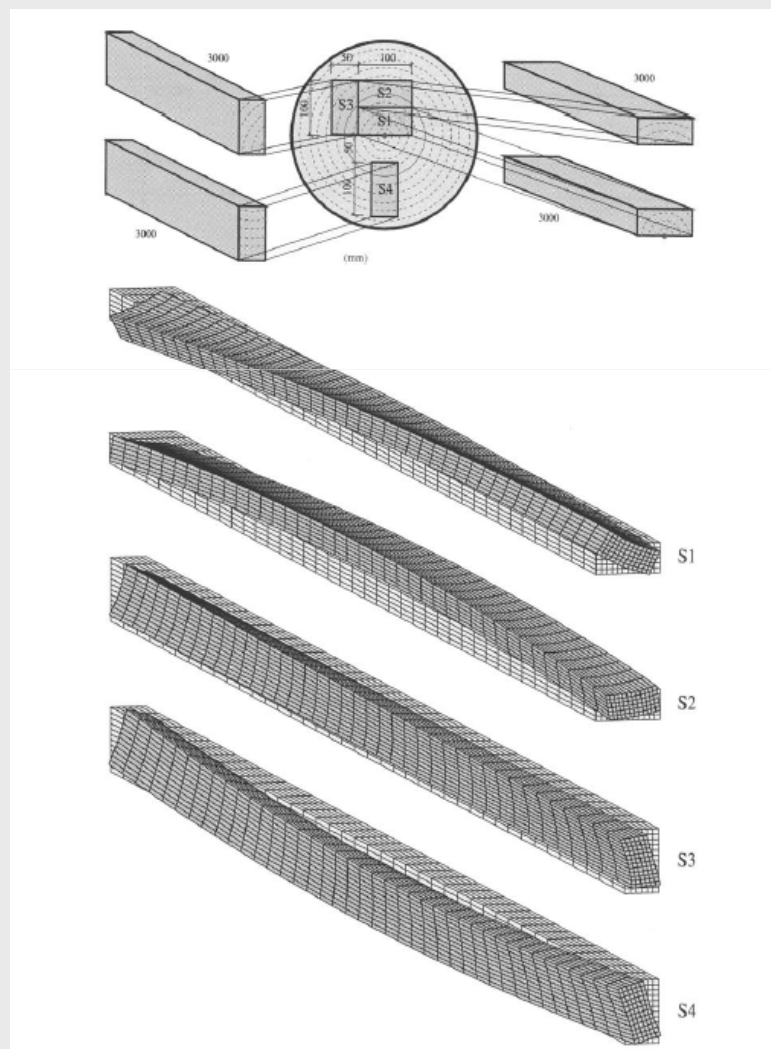
### Ilustrace vlhkostního gradientu uvnitř řeziva při teplovzdušném sušení

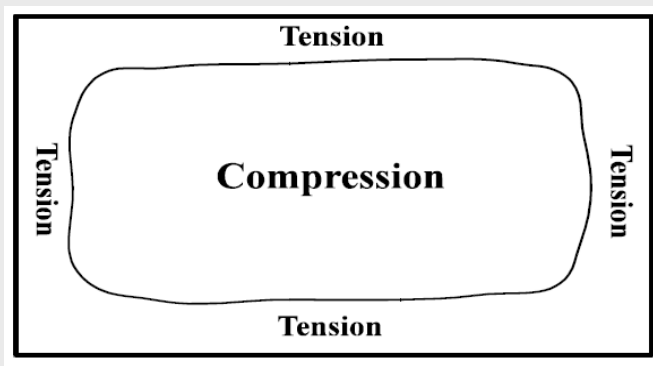


### Ilustrace deformací po tloušťce řeziva při teplovzdušném sušení

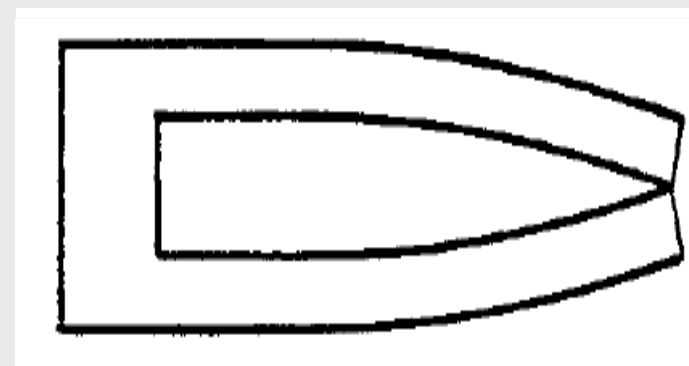
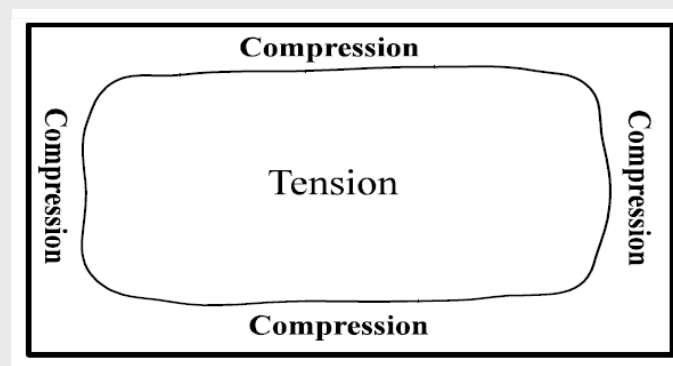


Simulované deformace řeziva při teplovzdušném sušení v závislosti na odklonu anatomických směrů od geometrických os modelu

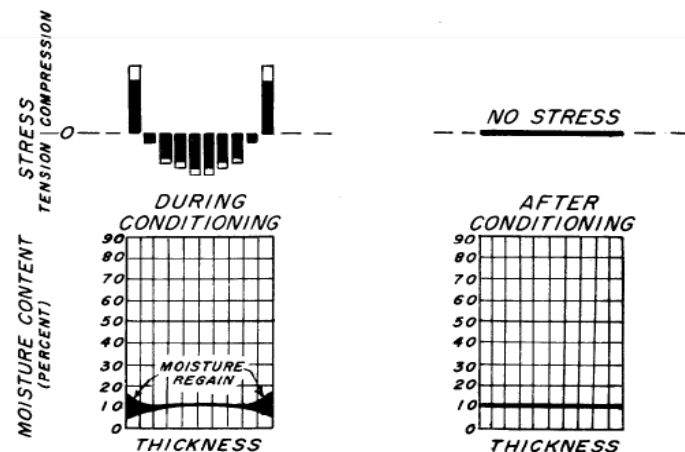
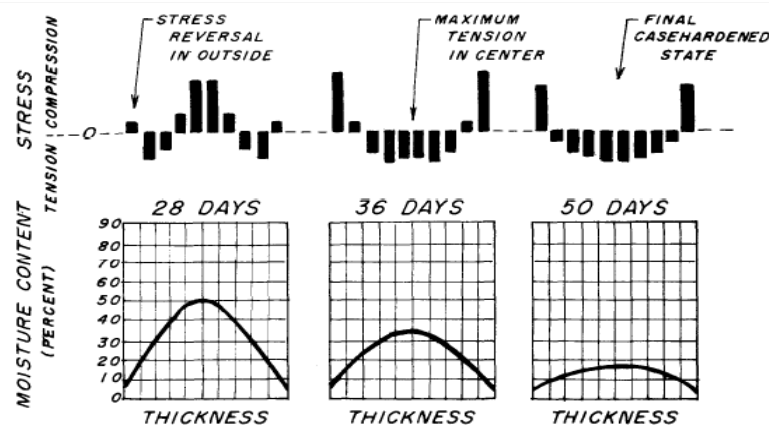
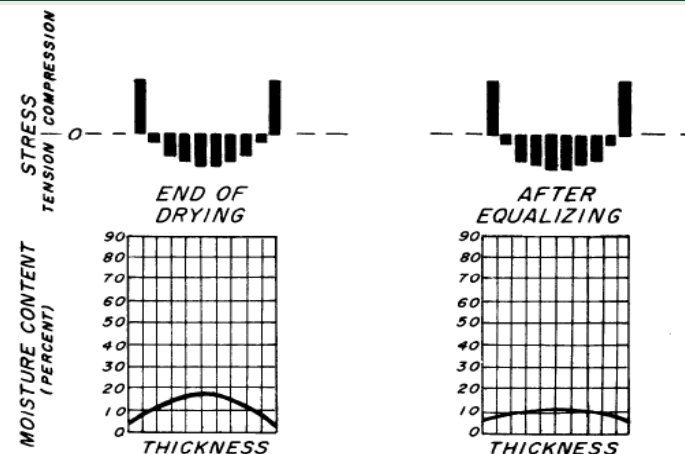
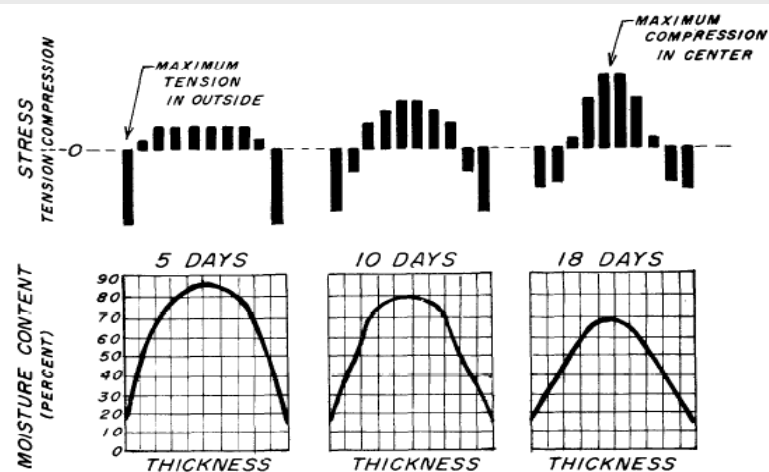




Napětí v řezivu na začátku teplotovzdušného sušení



Napětí v řezivu na konci teplotovzdušného sušení



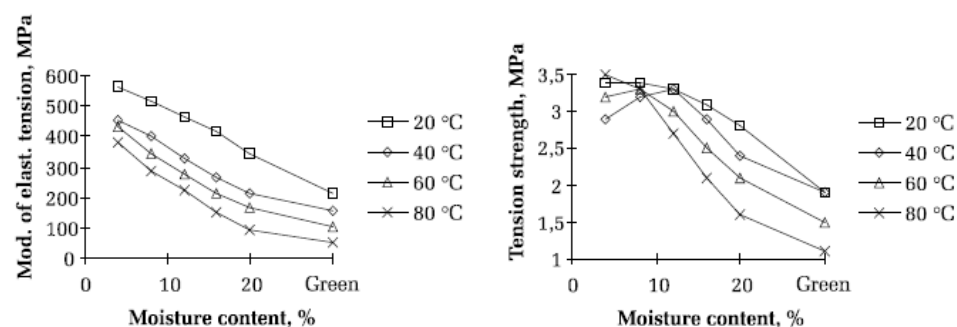
Napětí v řezivu v šesti různých časech  
teplovzdušného sušení

Napětí v řezivu ve čtyřech různých  
časech po teplovzdušném sušení

Temp.	20 °C		40 °C		60 °C		80 °C	
M.C.	E	$\sigma_{\max}$	E	$\sigma_{\max}$	E	$\sigma_{\max}$	E	$\sigma_{\max}$
4 %	561	3,4	455	2,9	431	3,2	380	3,5
8 %	517	3,4	400	3,2	343	3,3	289	3,3
12 %	466	3,3	330	3,3	277	3,0	226	2,7
16 %	416	3,1	267	2,9	214	2,5	152	2,1
20 %	344	2,8	214	2,4	167	2,1	96	1,6
Green	214	1,9	158	1,9	106	1,5	50	1,1

M.C.: Moisture content in wood  
Temp.: Temperature in wood  
E: Modulus of elasticity, MPa  
 $\sigma_{\max}$ : Tension strength, Mpa

Hodnoty meze pevnosti a modulu pružnosti pro tah v tangenciálním směru u borovice

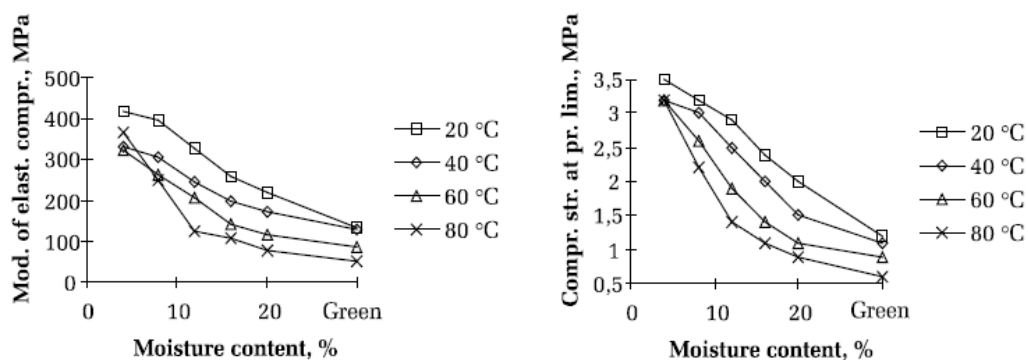


Grafické znázornění tabulky

Temp.	20 °C		40 °C		60 °C		80 °C	
M.C.	E	$\sigma_{pl}$	E	$\sigma_{pl}$	E	$\sigma_{pl}$	E	$\sigma_{pl}$
4 %	417	3,5	333	3,2	323	3,2	368	3,2
8 %	395	3,2	304	3,0	261	2,6	248	2,2
12 %	328	2,9	247	2,5	208	1,9	126	1,4
16 %	259	2,4	198	2,0	142	1,4	106	1,1
20 %	221	2,0	172	1,5	115	1,1	77	0,9
Green	132	1,2	129	1,1	87	0,9	50	0,6

M.C.: Moisture content in wood  
Temp.: Temperature in wood  
E: Modulus of elasticity, MPa  
 $\sigma_{pl}$ : Compression strength at the proportionality limit, MPa

## Hodnoty meze pevnosti a modulu pružnosti pro tlak v tangenciálním směru u borovice



## Grafické znázornění tabulky

According to Thelandersson & Morén (1992), the elastic modulus in tension in tangential direction is assumed to depend on moisture content  $u$  as shown in formula (1).

$$E(u) = E_f \left[ 1 + (\lambda - 1) \frac{u_f - u}{u_f} \right] \quad (0 \leq u \leq u_f) \quad (1)$$

where  $u_f$  is the moisture content at fibre saturation point,  $E_f$  is the elastic modulus for  $u \geq u_f$  (green material) and  $\lambda E_f$  is the elastic modulus for  $u=0$ . It is pointed out that  $\lambda=3$  is a typical value for softwood in tension.



