

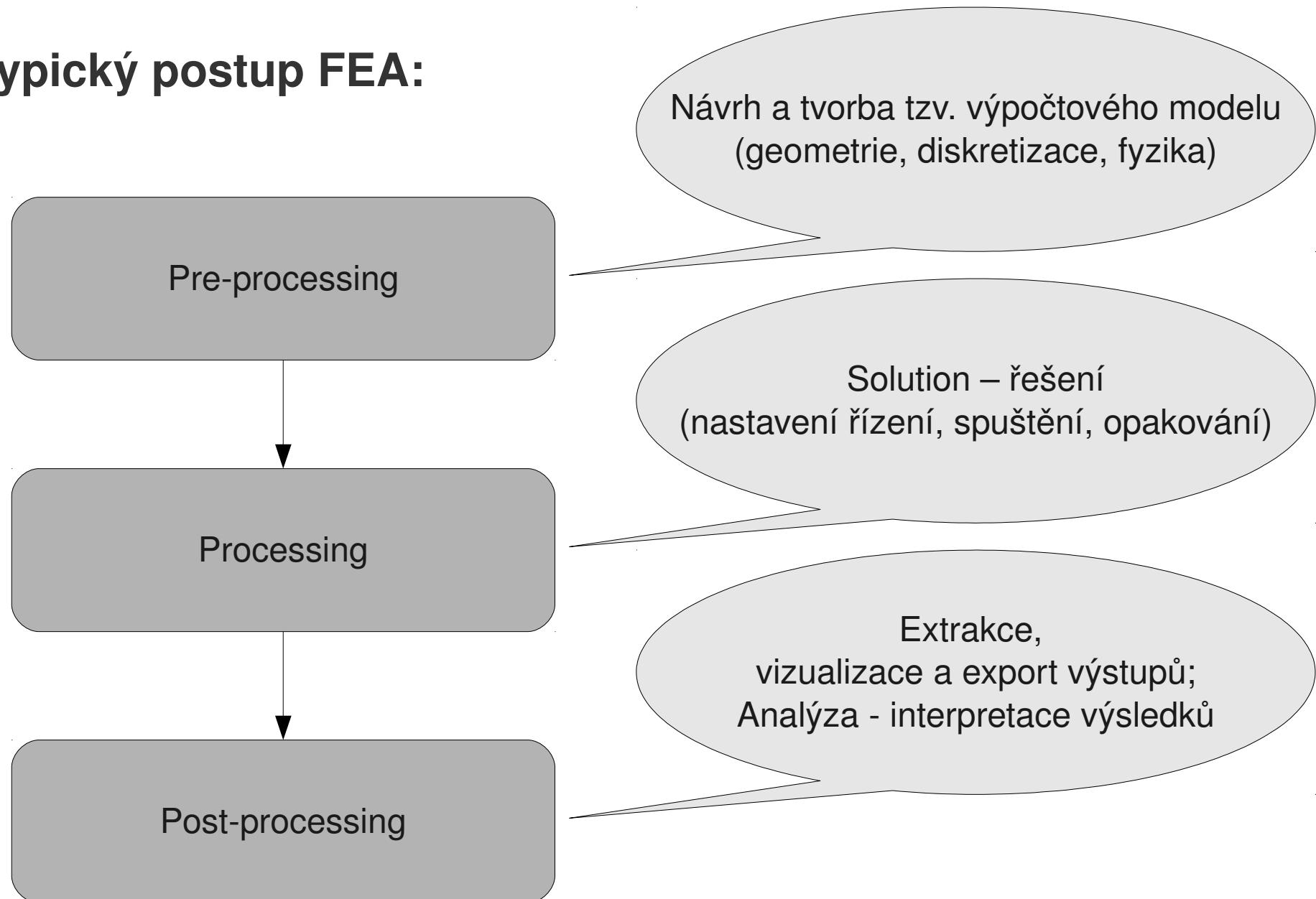


ÚNOD: Jan Tippner, Václav Sebera,
Miroslav Trcala, Eva Troppová.

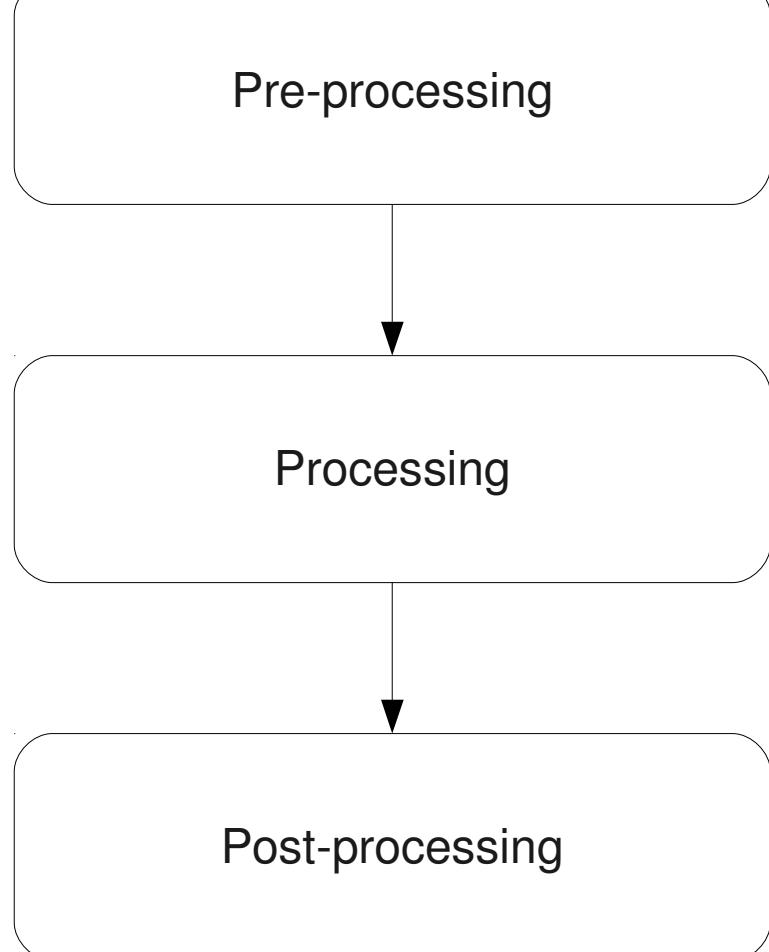
Podstata modelování, typy analýz, typický proces analýzy MKP.

John W. Tukey: „*An approximate answer to the right problem is worth a good deal more than an exact answer to an approximate problem.*“

Typický postup FEA:



Dělba práce?



Tvorba tzv. výpočtového modelu
(geometrie, diskretizace, fyzika)

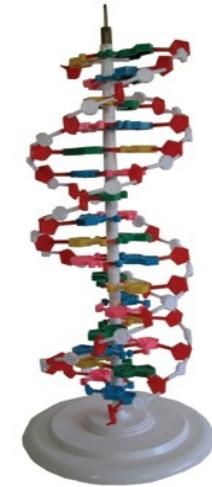
Solution – řešení
(nastavení řízení, spuštění)

**Extrakce,
vizualizace a export výstupů;
Interpretace výsledků**

... základní povinnosti
současného uživatele

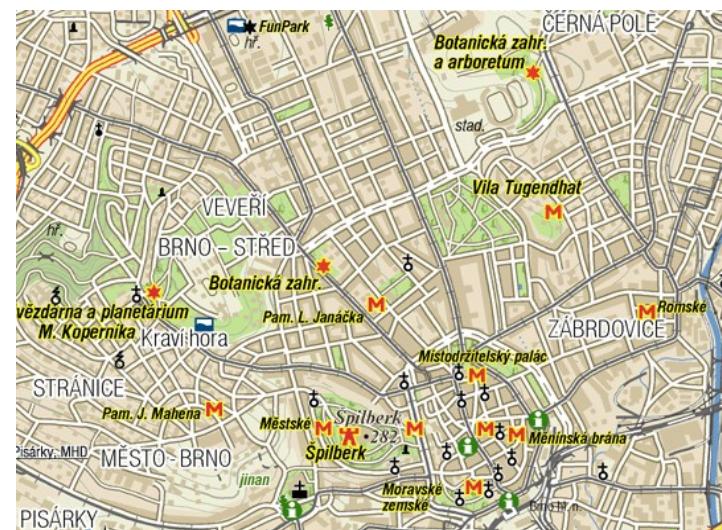
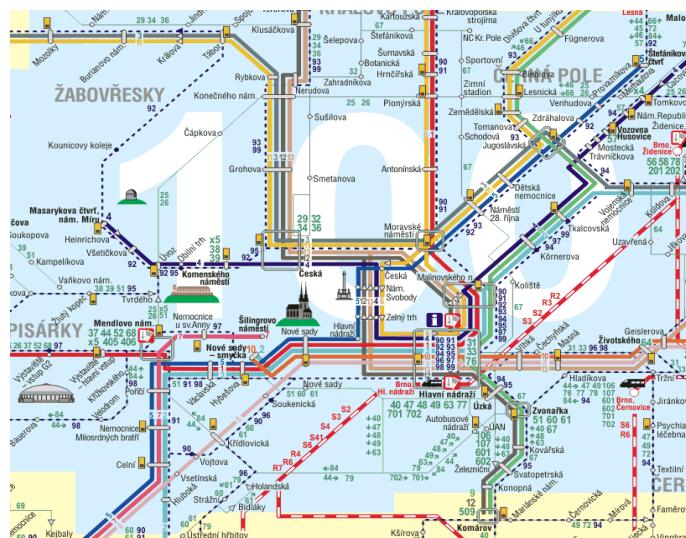
Několik „samořejmostí“:

- Úloha technika: tvorba **správného výpočtového modelu a správná interpretace výstupů**.
- FEM není všelék. Nástroj FEM vyřeší jen úlohu, kterou ve vstupních datech **zadal uživatel**.
- Nástroj = SW. **Dobré vstupy = dobré výstupy**. A naopak. FEM je velmi efektivní.
- Uživatel = Člověk. Optimální poměr **sdělitelné : nesdělitelné** složky pojmu. Nutný podíl **intuice**. SW lidské úvahy neumí.
- Model využívá **teorie = zobecněné zkušenosti**, praxe koncentrované do pouček usnadňujících myšlení, paradigm. Vítězí paradigmata „**krásnější**“ - stručnější a výstižnější.
- Model = zjednodušená reprezentace reality - systému. „Originál“ - skutečnost **dostatečně zjednodušuje a současně dostatečně věrně popisuje**. Fyzický vs. abstraktní.
- Výpočtový model = abstrakce, zjednodušený a výstižný popis geometrie oblasti, fyziky, technického principu, ... v rámci FEM využívající dalšího „**zjednodušení**“ - principu rozdělení oblasti na podoblasti.



O modelování:

- Základní metoda vnímání člověka, pohledu na skutečnost, nelze nezjednodušovat, porovnávat.
- Modelování není exaktní, vliv intuice, kreativity člověka, subjektivita.
- Model je abstrakcí reality, vždy zjednoduší, jinak by nebyl modelem. Nikdy nemůže být zcela věrnou kopíí skutečnosti, vždy se něčím od reality liší.
- V podrobné mapě se ztrácíme, je neužitečná, univerzální neexistuje, známe mnoho map pro různé účely.



- Mat/fyz. problém je obvykle **popsán rovnicí** či soustavou. Např. PDE.
- Popis chování rovnice (modelu) docílíme jejím **řešením**. Řešení složitějších modelů umožnily sofistikované numerické metody (MKP...), zefektivnění užití těchto metod přinesly počítače.
- Simulace = zobrazení vybraných klíčových vlastností nebo chování vybraných fyzikálních, nebo abstraktních modelů systémů. Pomocí manipulace s modelem systému zviditelníme jeho vlastnosti (modelu, přeneseně a zjednodušeně systému).

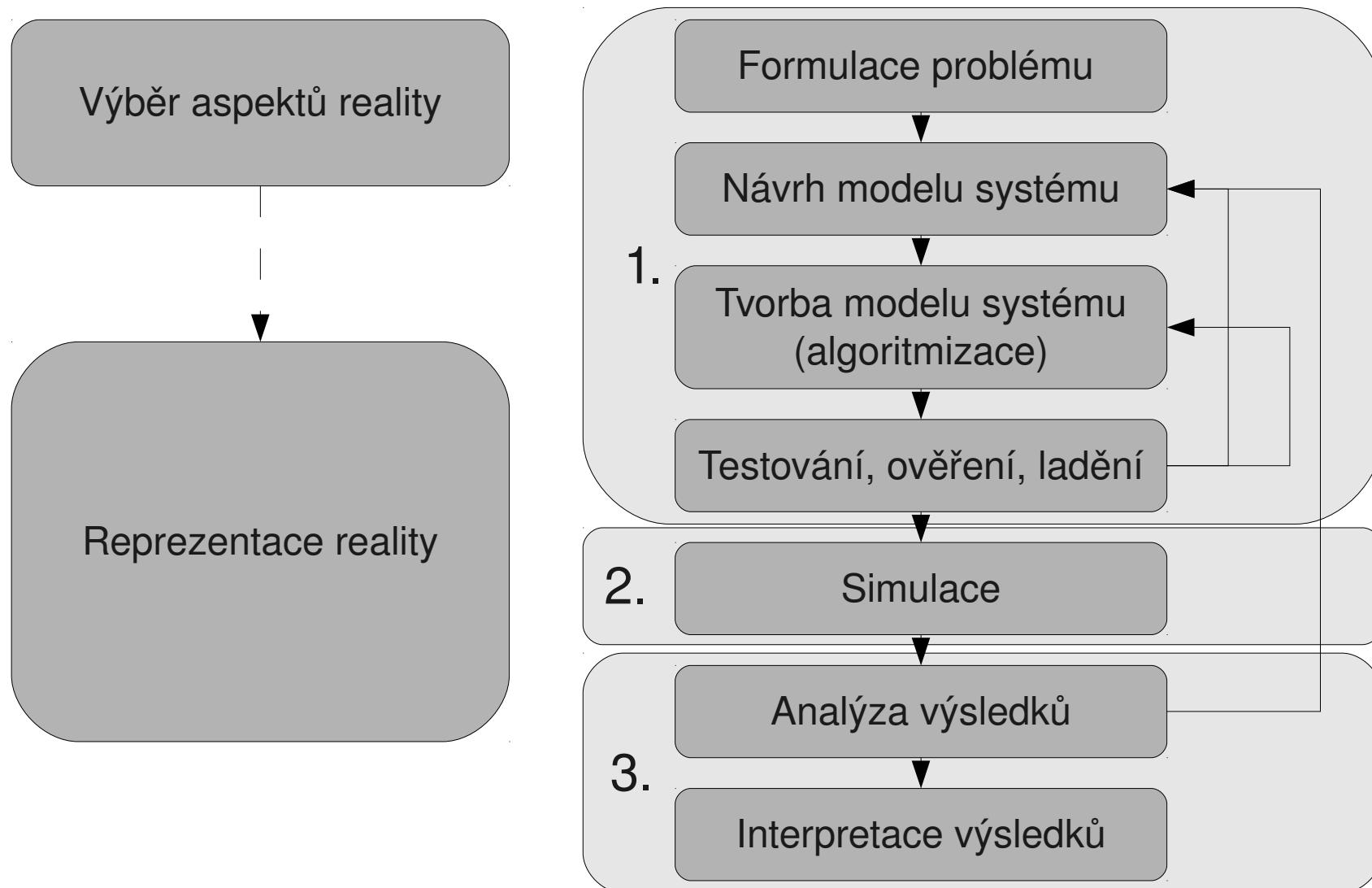
SYSTÉM ... MODEL ... SIMULACE

- Počítačová simulace = modelem je počítačový program, který simuluje abstraktní model systému (chování pro různá zadaná vstupní data, i opakování pro hledání optimálního řešení). Je to **metoda, při které se zkoumají vlastnosti systému pomocí experimentů s jeho matematickým modelem za užití počítače** (efektivní). Jednoduché principy a operace ve velkém množství (mnoho součástí – prvků, mnoho opakování).

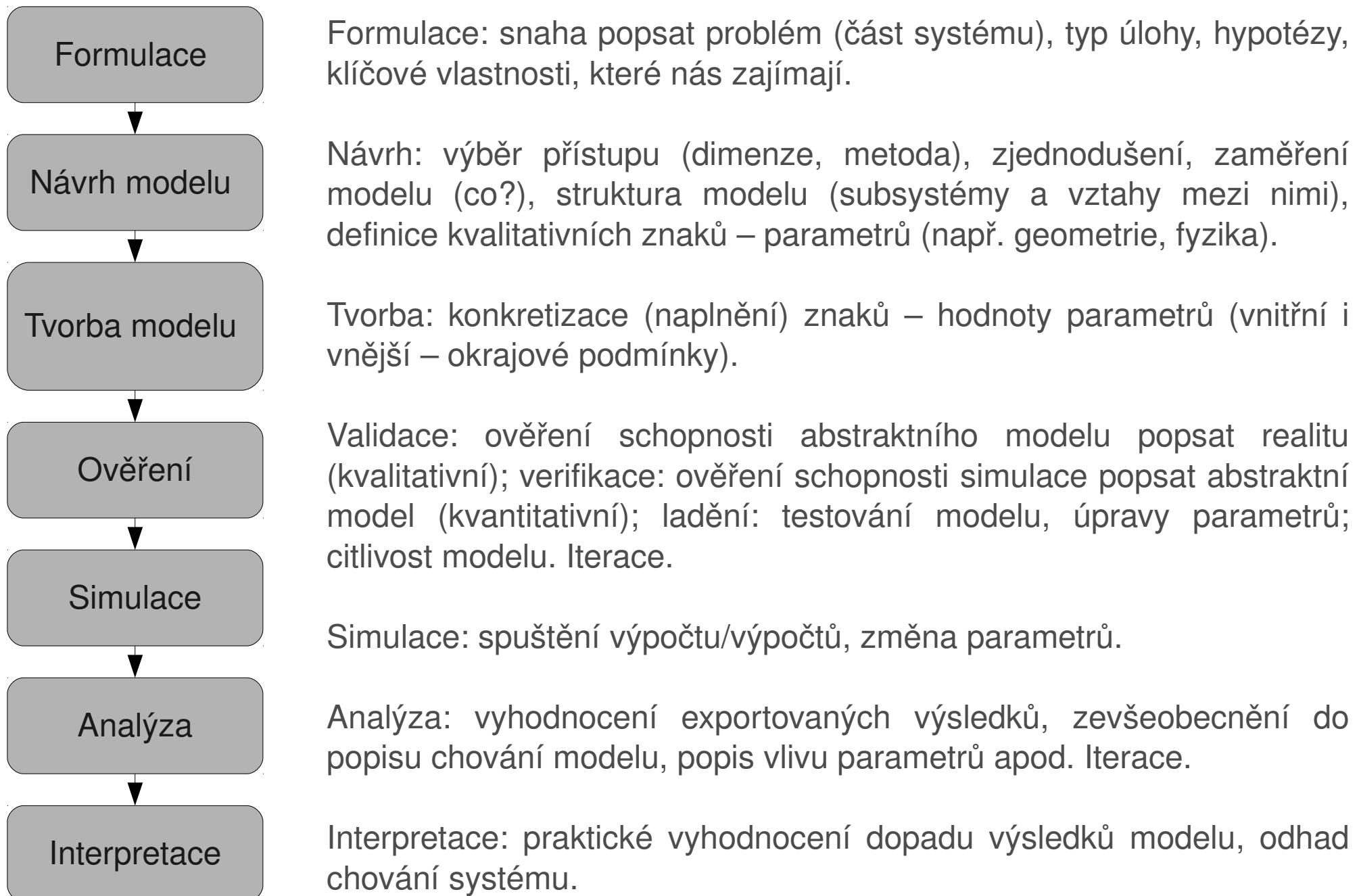
Umožňují např.:

- Testování předpokladů – **hypotéz**. Detailní problém či **komplexní** problém.
- Řešení složitých problému běžnými (např. analytickými) metodami **neřešitelných**.
- **Vhled** do problému, porozumění, objevování skrytého.
- **Posouzení návrhu**, identifikace rizikových míst.
- „Smrštění“ **času** děje.
- Učení se, beze-škodný **trénink** (simulátory).
- Předpovídání – „**what if**“ se něco změní.
- Technický návrh **bez potřeby realizace** - výroby, „**levný experiment**“ s libovolným počtem variací a opakování. Avšak s přesahy (CAE).
- Optimalizaci – **hledání optimálního řešení**, zohlednění více faktorů.

Ale? Člověk. Nutná intuitivní složka, subjektivita, ... podstata zjednodušení.



... iterační proces ...



Snaha popsat konkrétní problém (fyzikální) v systému, vztah k času, definice klíčových vlastností systému, které nás zajímají.

Sdílení tepla (radiace, konvekce, kondukce) – Heat Flow

Difúze (Fickovy zákony, Darcyho zákony, Fourierovy zákony) – Diffusion

Mechanika tekutin (CFD – Navier Stokes) – Fluid Mechanics

Elektromagnetismus (LF, HF - Maxwell) – Electromagnetics

Chemické reakce – Chemical Reactions

Akustika – Acoustics (vlnová rovnice)

Napjatostně-deformační analýzy (Hooke) – Structural Analyzes, Stress Analyzes
(statické vs. dynamické)

Multifyzikální problémy – Multiphysics, Coupled Field Analysis

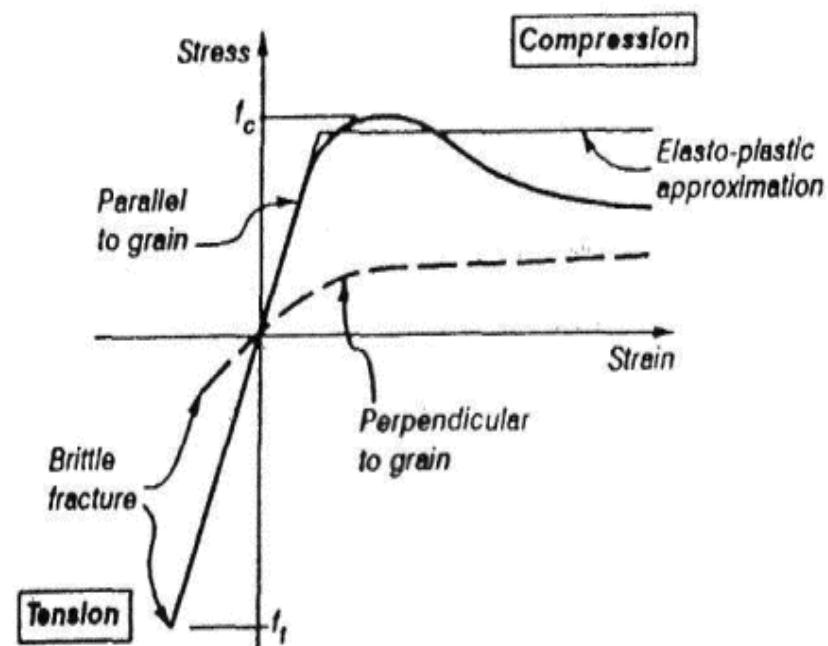
STACIONÁRNÍ X NESTACIONÁRNÍ

Poměrnou deformaci $\{\varepsilon\}$ lze rozložit na složky deformace tepelné $\{\varepsilon_t\}$, počáteční $\{\varepsilon_0\}$ a pružné $\{\varepsilon_{el}\}$:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{el}\} + \{\varepsilon_t\} + \{\varepsilon_0\}$$

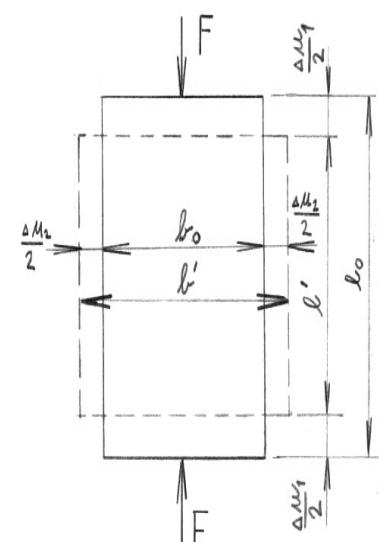
Vztah deformace a napětí pro lineární elasticitu materiálu zahrnující vnitřní (počáteční) napětí a napětí způsobená teplotní roztažností je dán vztahem:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon_{el}\} + \{\sigma_0\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_t\} - \{\varepsilon_0\})$$



Matice tuhosti $[D]$, resp. inverzní matice poddajnosti $[D]^{-1}$ jsou definovány odlišně pro isotropní, ortotropní a anizotropní materiály. Pro isotropní materiály je matice $[D]^{-1}$ definována:

$$[D]^{-1} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 1 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & -\mu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix}$$



Pro ortotropní materiály má již matice poddajnosti $[D]^{-1}$ tvar:

E je Youngův modul pružnosti
a μ je Poissonovo číslo.

Teplotní deformace lze vyjádřit pomocí teploty, referenční teploty a koeficientu teplotní roztažnosti vztahem (analog. pro vlhkost):

$$\varepsilon_t = \alpha_T (T - T_{ref}) \quad \varepsilon_w = \beta_H \Delta w$$

Vazbu pole teplotního (vlhkostního) a napjatostního lze s ohledem na *Hookův zákon*, deklarovaný rozklad poměrné deformace do složek a *druhý termodynamický zákon* pro vratné děje zapsat pomocí párových konstitutivních termoelastických rovnic:

$$[D]^{-1} = \begin{matrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\mu_{xy}}{E_x} & \frac{\mu_{xz}}{E_x} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\mu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & \frac{-\mu_{yz}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\mu_{zx}}{E_z} & \frac{-\mu_{zy}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} \end{matrix}$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} - [D]\{\alpha_T\} \Delta T$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = T_0 [D]\{\alpha_T\} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho c \frac{\partial (\Delta T)}{\partial t} - [k] \nabla^2 T$$