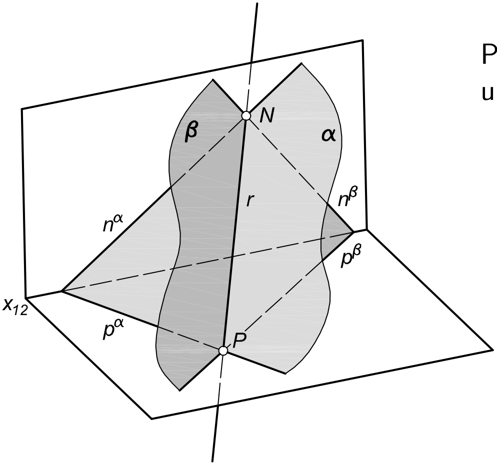
Mongeovo promítání – 2. část

KG

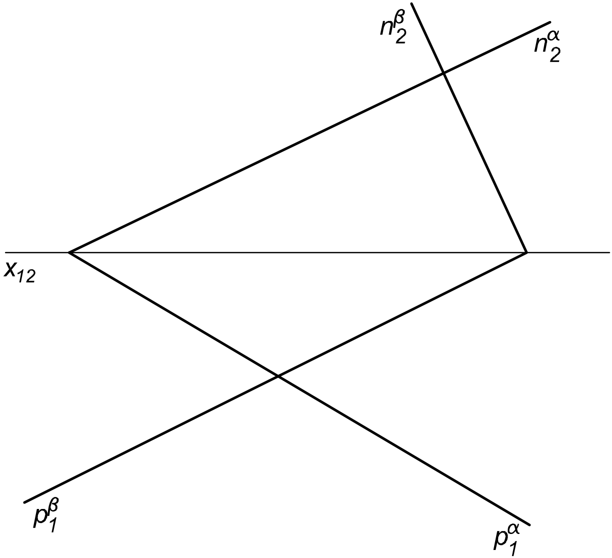
Různoběžné roviny



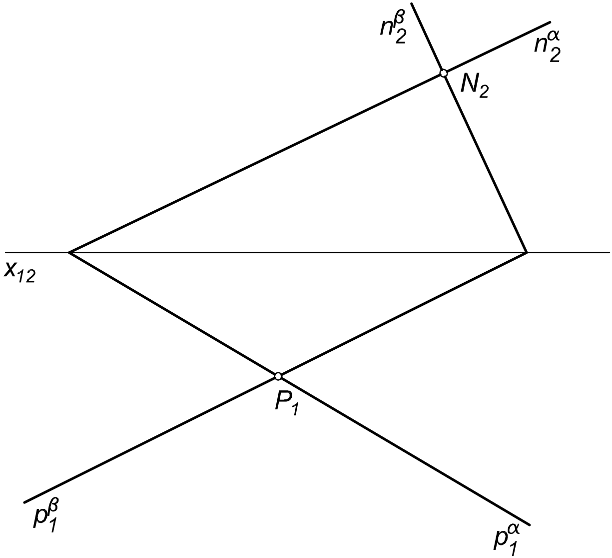
Průsečnice *r* rovin α a β je určena stopníky *P* a *N*.

- *P* leží v průsečíku půdorysných stop p^α, p^β rovin α a β.
- *N* leží v průsečíku nárysných stop n^α, n^β.

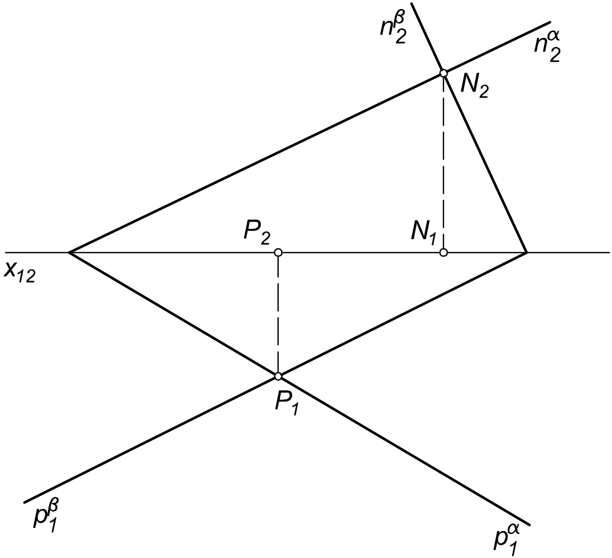
Př: Zobrazte průsečnici *r* rovin α, β.



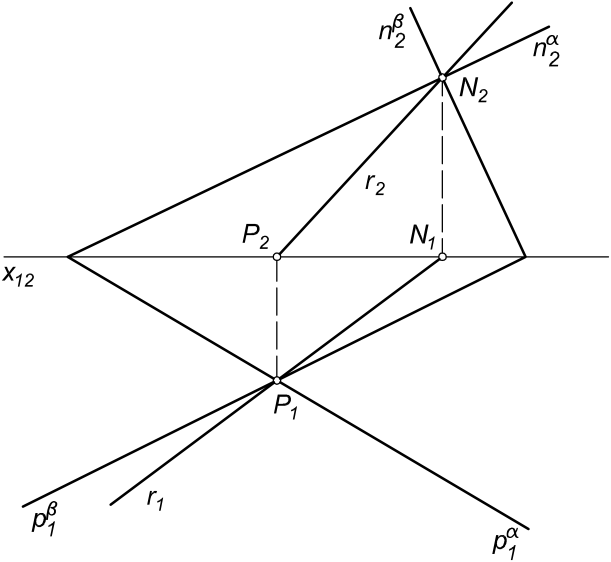
Př: Zobrazte průsečnici *r* rovin α, β.



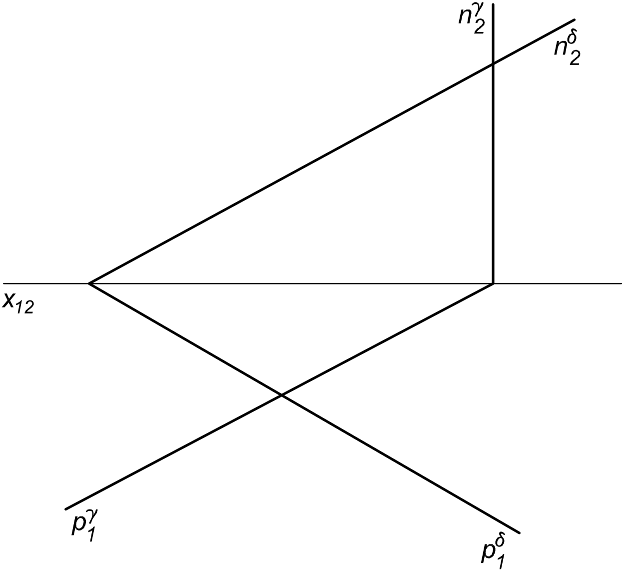
Př: Zobrazte průsečnici *r* rovin α, β.



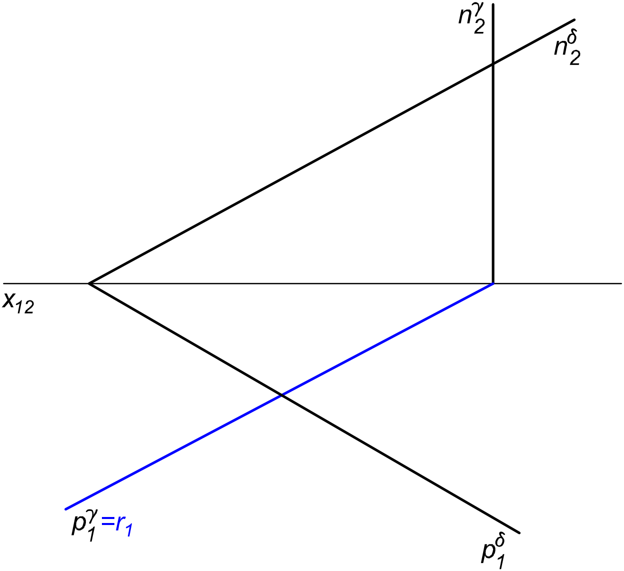
Př: Zobrazte průsečnici r rovin α, β.



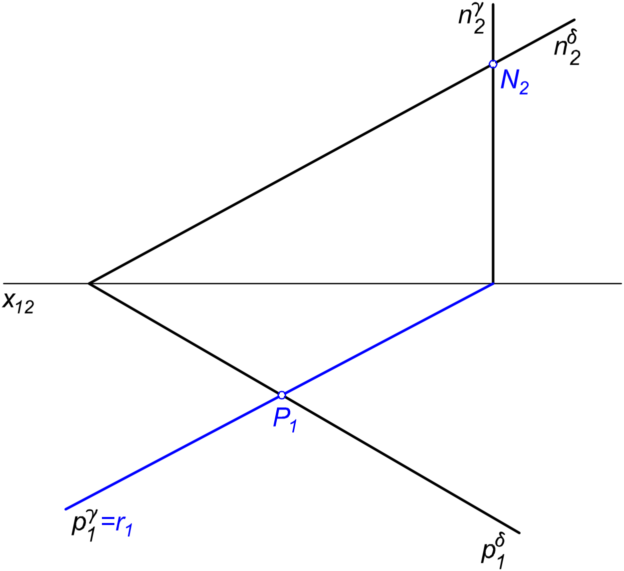
Př: Zobrazte průsečnici r rovin γ, δ.



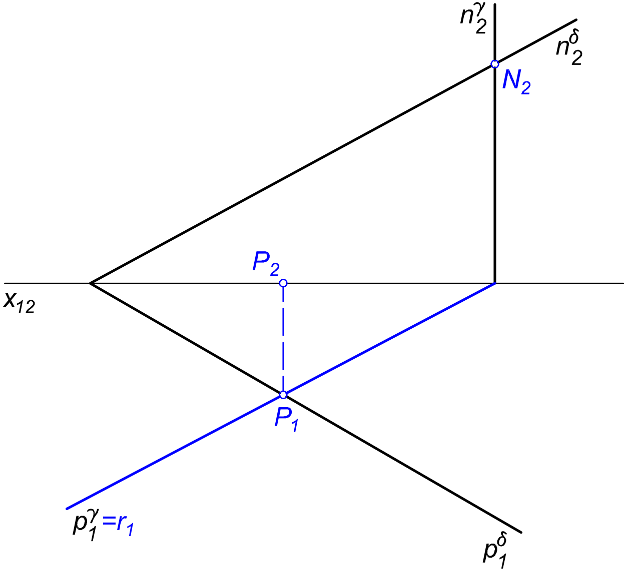
Př: Zobrazte průsečnici r rovin γ, δ.



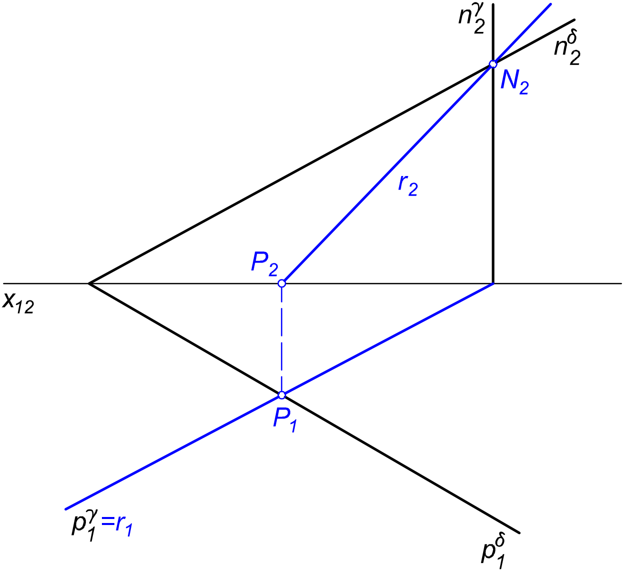
Př: Zobrazte průsečnici *r* rovin γ, δ.



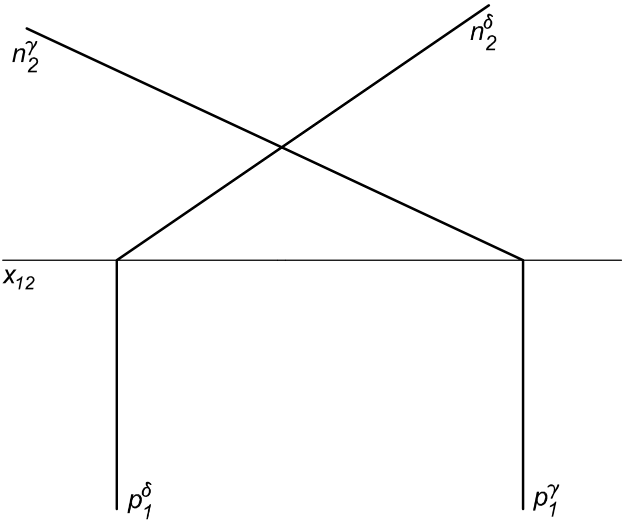
Př: Zobrazte průsečnici *r* rovin γ, δ.



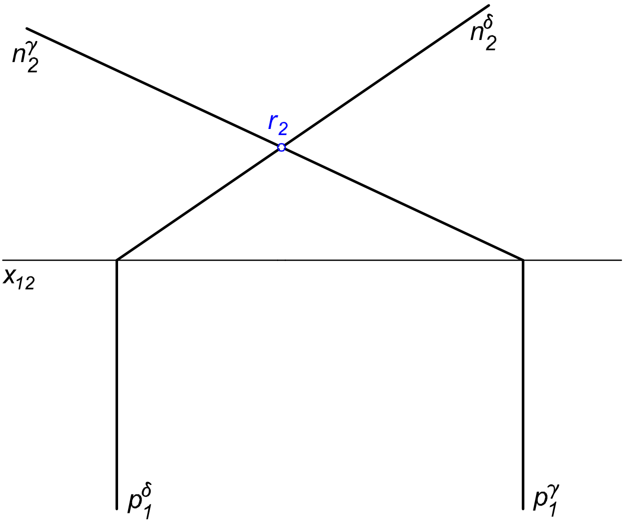
Př: Zobrazte průsečnici r rovin γ, δ.



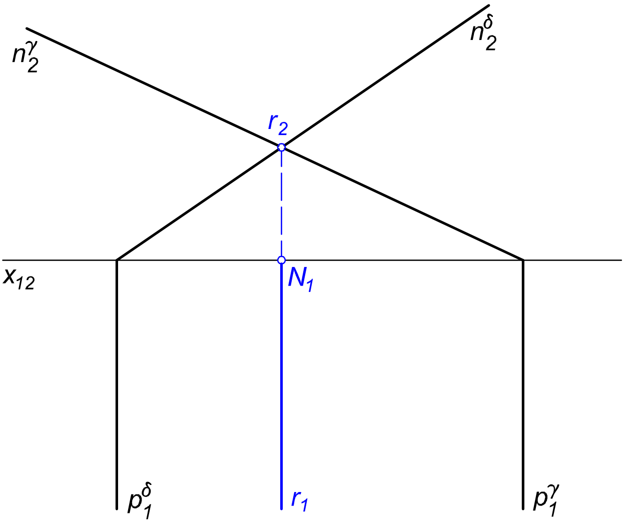
Př: Zobrazte průsečnici *r* rovin γ, δ.



Př: Zobrazte průsečnici r rovin γ, δ.



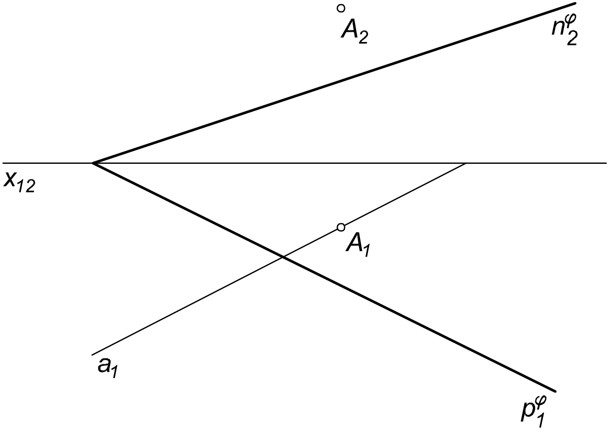
Př: Zobrazte průsečnici r rovin γ, δ.



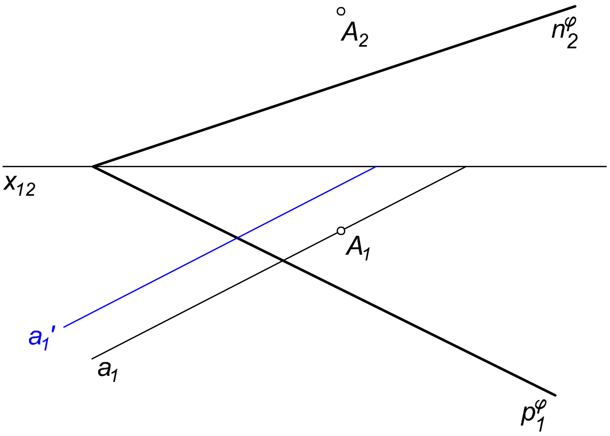
Rovnoběžnost přímky a roviny

Kritérium rovnoběžnosti přímky a roviny: Přímka je rovnoběžná s rovinou, jestliže v rovině leží aspoň jedna přímka, která je s danou přímkou rovnoběžná.

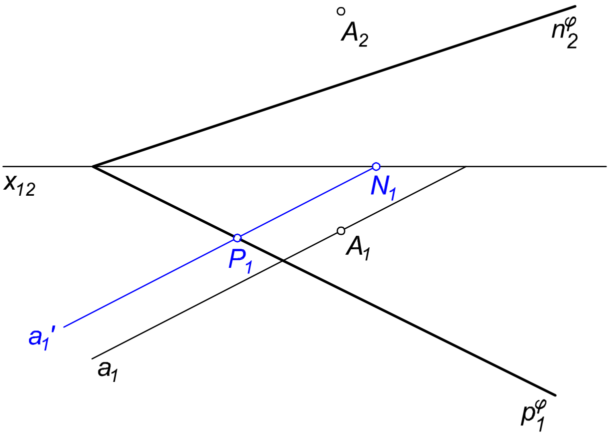
Př: Určete chybějící průmět přímky a tak, aby procházela bodem A a byla rovnoběžná s rovinou φ.



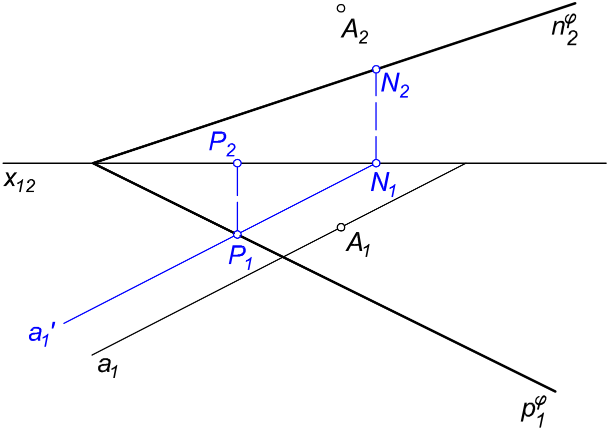
Př: Určete chybějící průmět přímky a tak, aby procházela bodem A a byla rovnoběžná s rovinou φ.



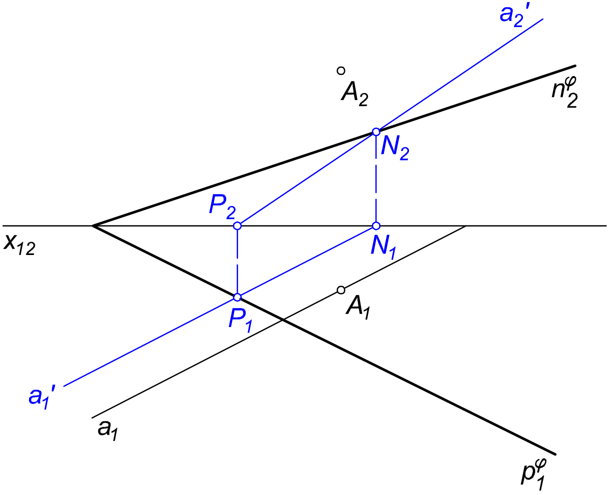
Př: Určete chybějící průmět přímky a tak, aby procházela bodem A a byla rovnoběžná s rovinou φ.



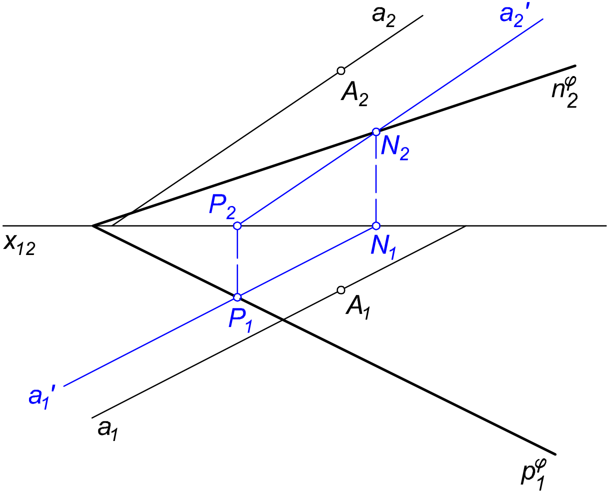
Př: Určete chybějící průmět přímky a tak, aby procházela bodem A a byla rovnoběžná s rovinou φ.



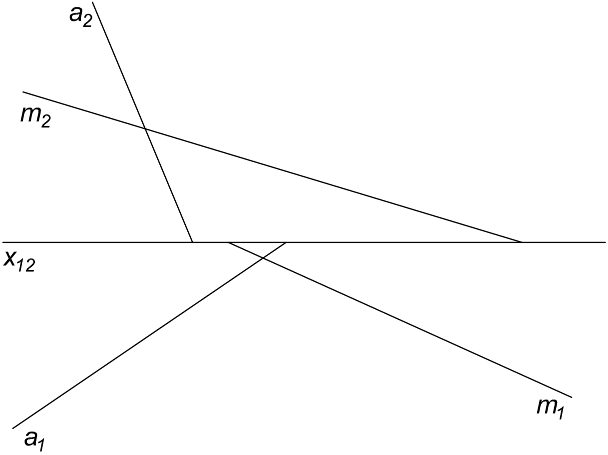
Př: Určete chybějící průmět přímky a tak, aby procházela bodem A a byla rovnoběžná s rovinou φ.



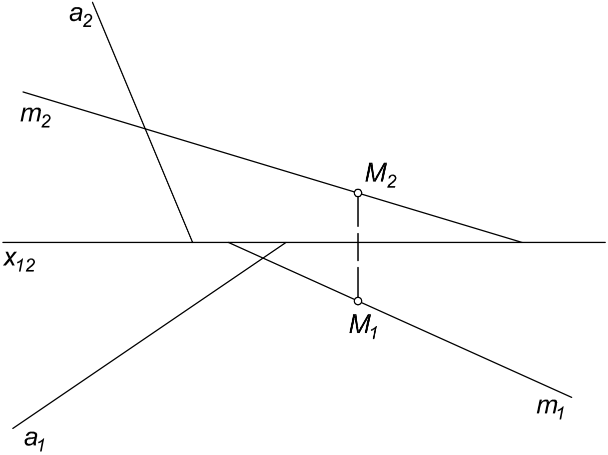
Př: Určete chybějící průmět přímky a tak, aby procházela bodem A a byla rovnoběžná s rovinou φ.



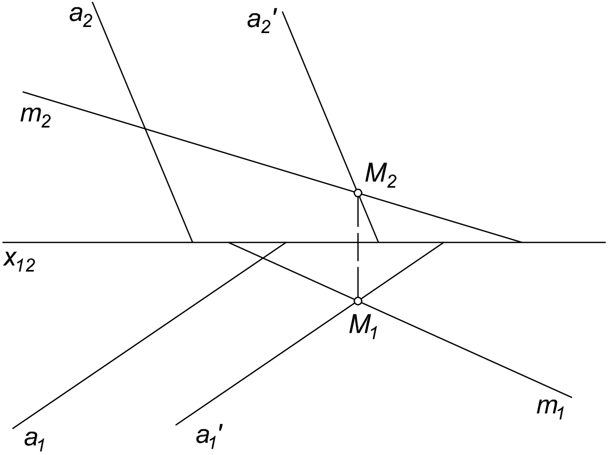
Př: Určete rovinu ϱ tak, aby procházela přímkou m a byla rovnoběžná s přímkou a.



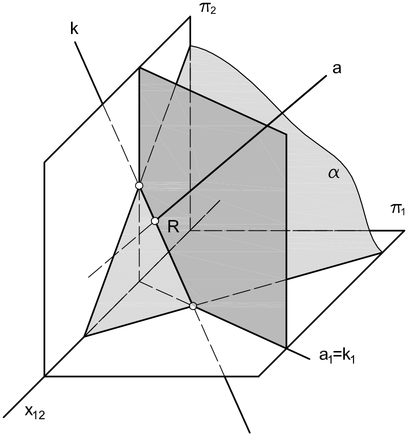
Př: Určete rovinu ϱ tak, aby procházela přímkou m a byla rovnoběžná s přímkou a.



Př: Určete rovinu ϱ tak, aby procházela přímkou m a byla rovnoběžná s přímkou a.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

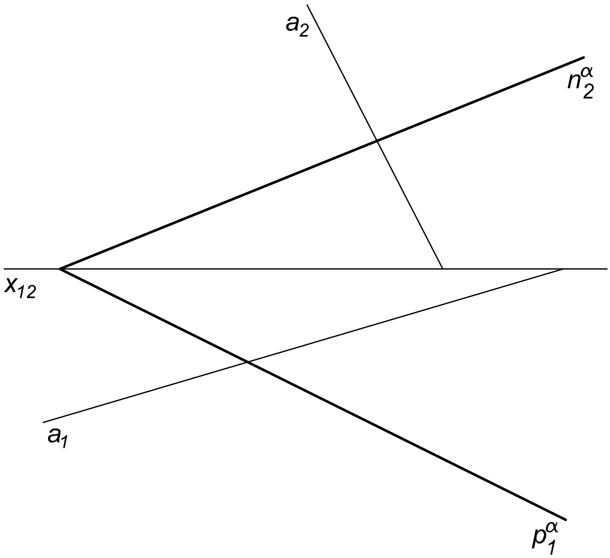


Průsečík R přímky a s rovinou α hledáme jako průsečík přímek a a k.

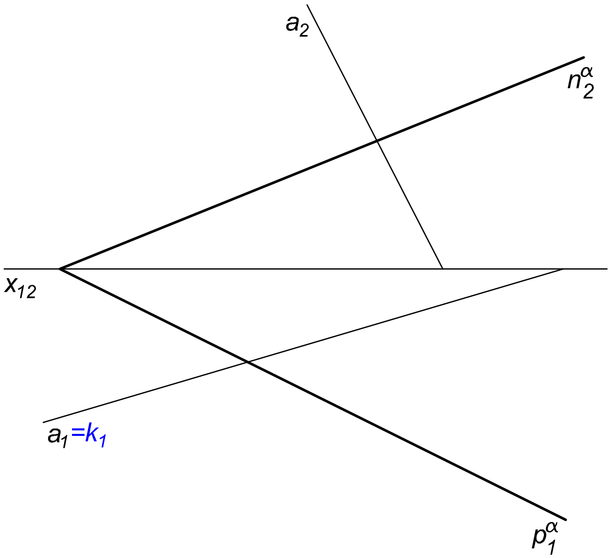
Víme:

- k leží v rovině α,
- $a_1 = k_1$.

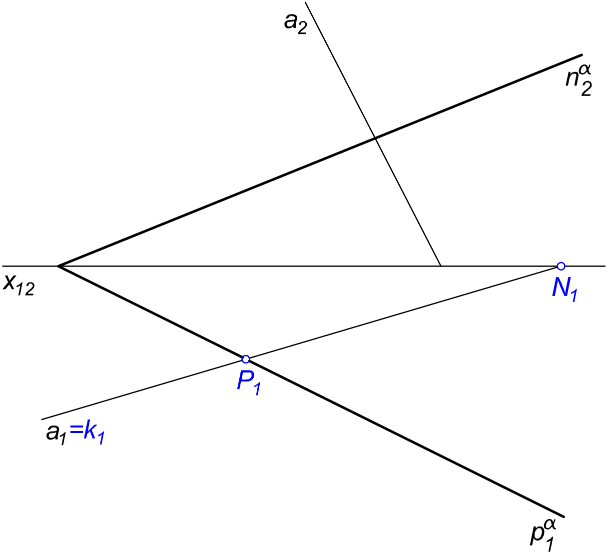
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s rovinou α.



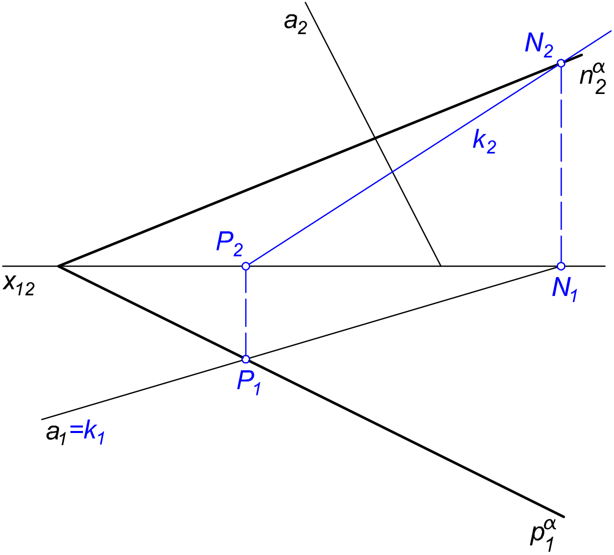
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s rovinou α.



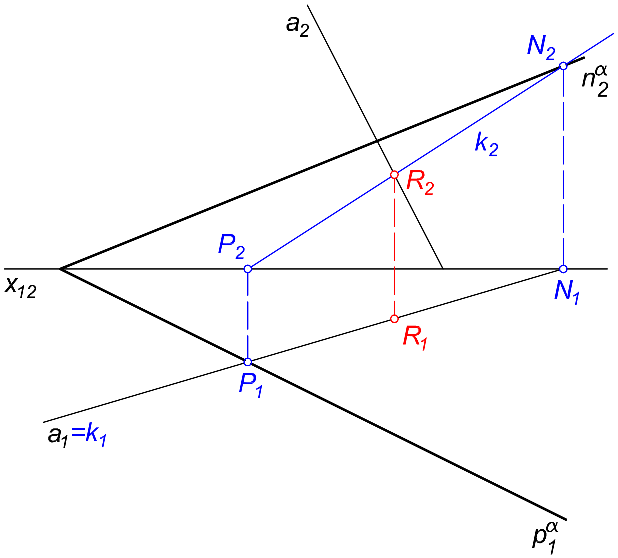
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s rovinou α.



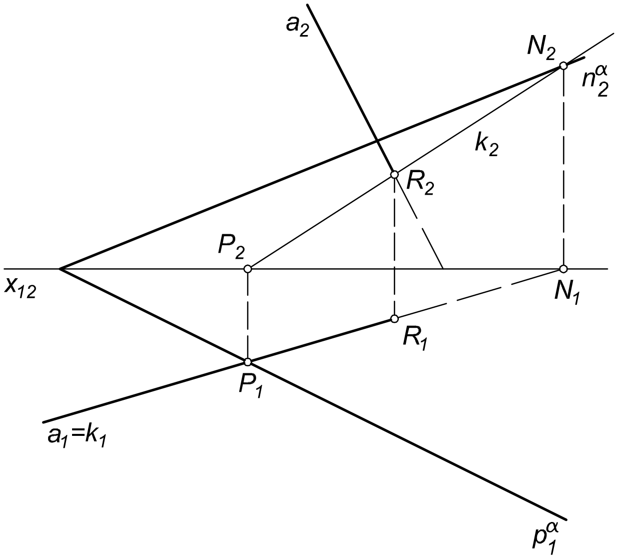
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s rovinou α.



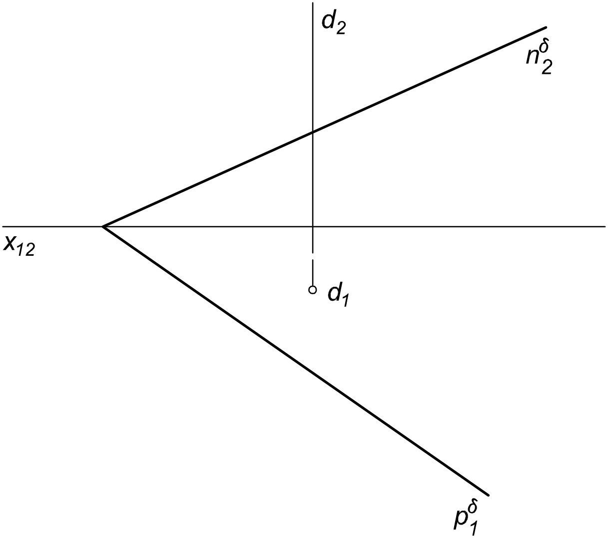
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s rovinou α.



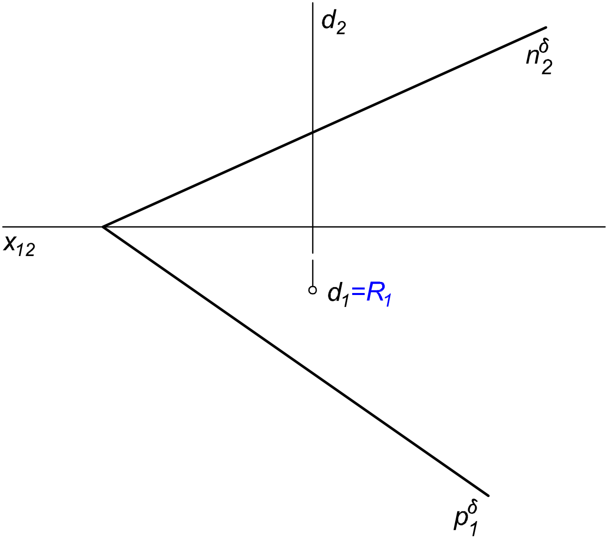
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s rovinou α.



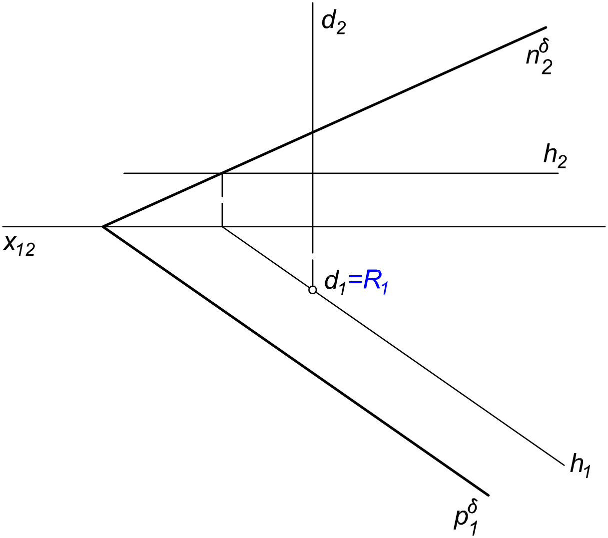
Př: Zobrazte průsečík R přímky d s rovinou δ.



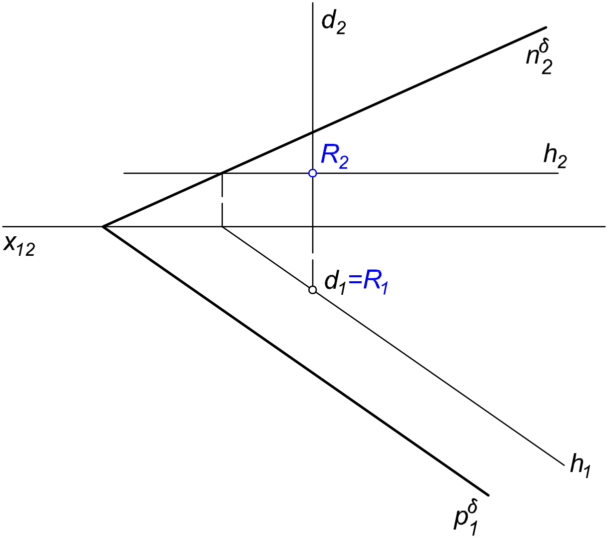
Př: Zobrazte průsečík R přímky d s rovinou δ.



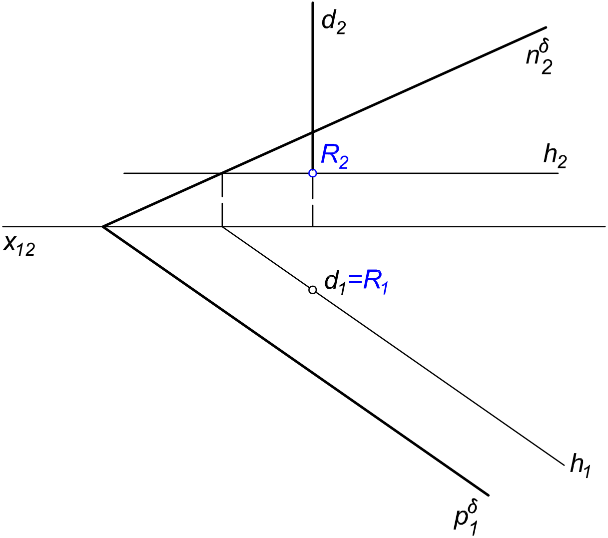
Př: Zobrazte průsečík R přímky d s rovinou δ.



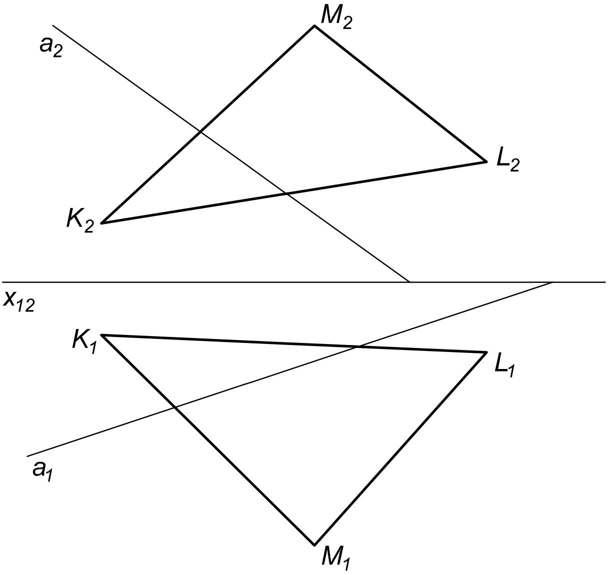
Př: Zobrazte průsečík R přímky d s rovinou δ.



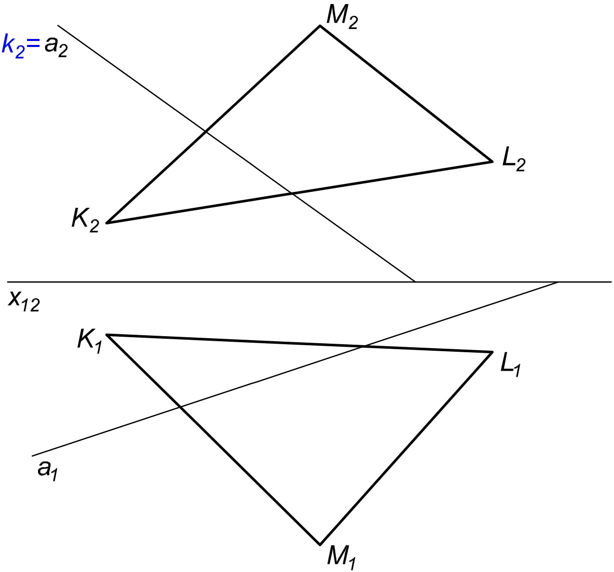
Př: Zobrazte průsečík R přímky d s rovinou δ.



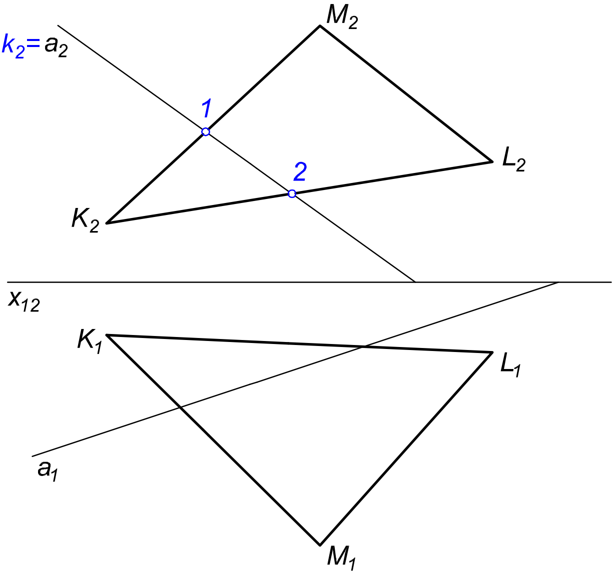
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s $\triangle KLM$ (určete viditelnost).



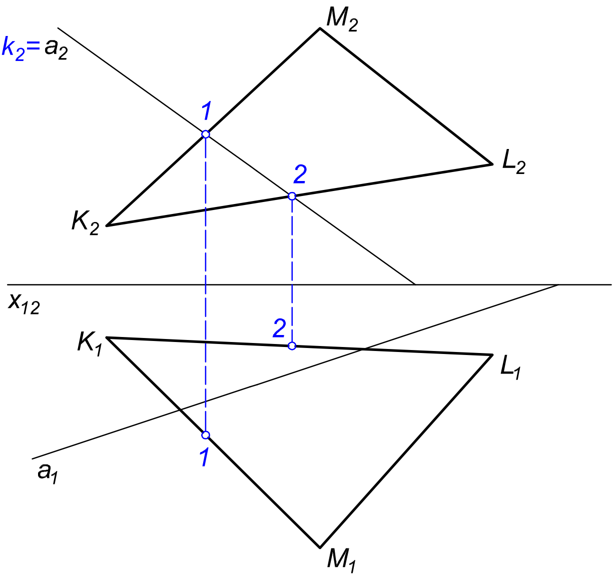
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s $\triangle KLM$ (určete viditelnost).



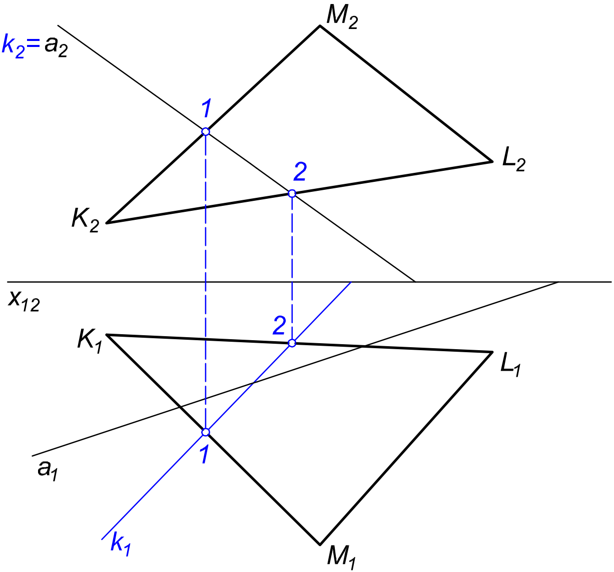
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s $\triangle KLM$ (určete viditelnost).



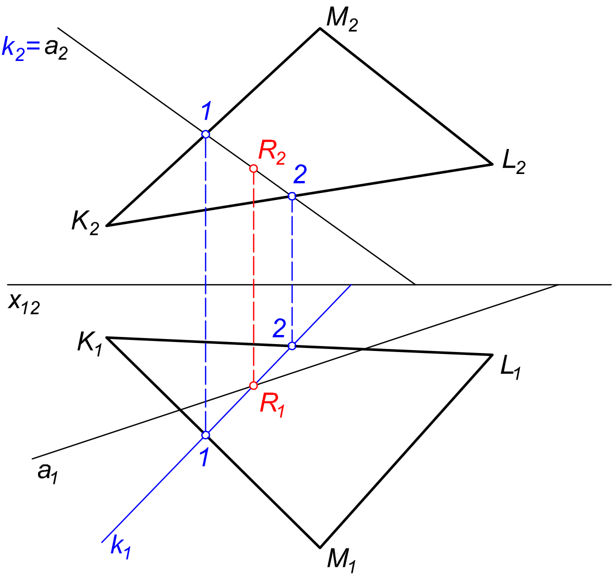
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s $\triangle KLM$ (určete viditelnost).



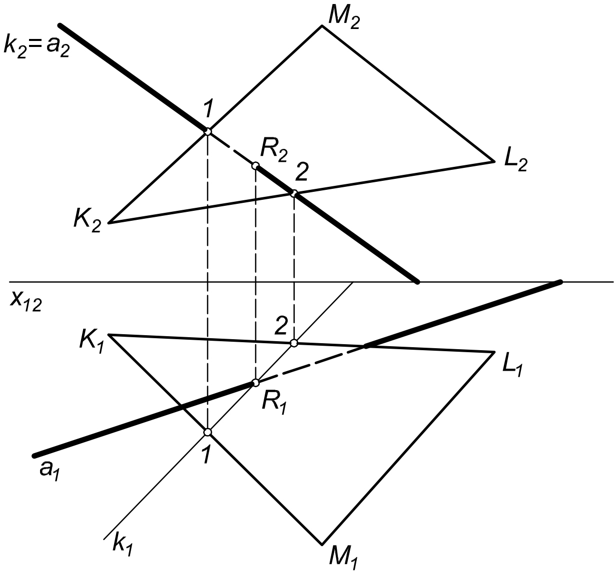
Př: Zobrazte průsečík R přímky a s $\triangle KLM$ (určete viditelnost).



Př: Zobrazte průsečík R přímky a s $\triangle KLM$ (určete viditelnost).



Př: Zobrazte průsečík R přímky a s $\triangle KLM$ (určete viditelnost).



Konstrukce v rovině, otáčení roviny

Útvary, které leží v hlavní rovině, se promítají do průmětny, s níž je hlavní rovina rovnoběžná, ve skutečné velikosti.

Konstrukce v rovině, otáčení roviny

Útvary, které leží v hlavní rovině, se promítají do průmětny, s níž je hlavní rovina rovnoběžná, ve skutečné velikosti.

Jestliže útvar leží v promítací rovině, můžeme použít **sklopení roviny** do průmětny, k níž je kolmá.

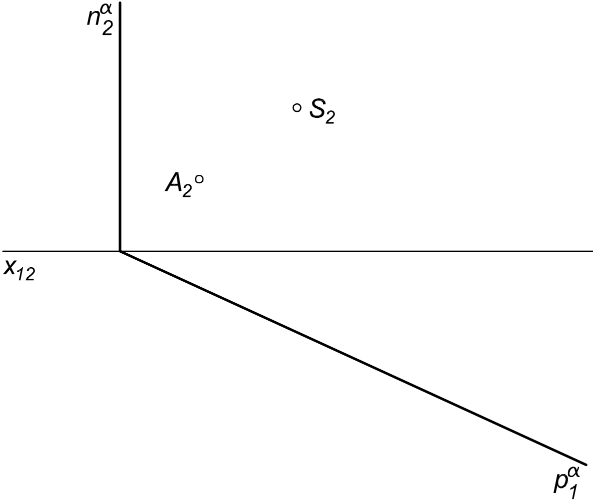
Konstrukce v rovině, otáčení roviny

Útvary, které leží v hlavní rovině, se promítají do průmětny, s níž je hlavní rovina rovnoběžná, ve skutečné velikosti.

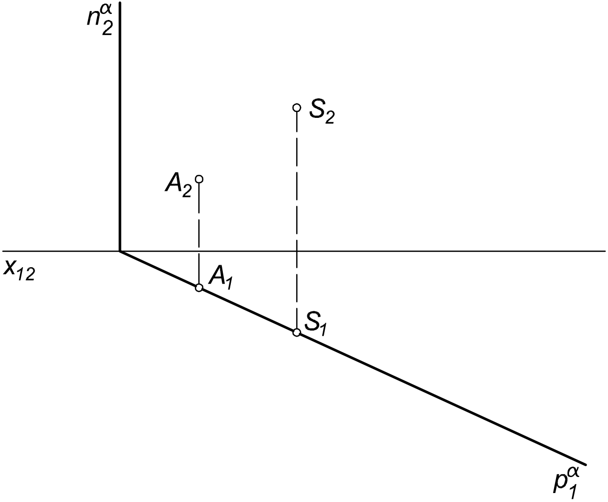
Jestliže útvar leží v promítací rovině, můžeme použít **sklopení roviny** do průmětny, k níž je kolmá.

Úlohy v obecně položené rovině řešíme **otočením roviny** do průmětny. Otáčíme kolem půdorysné stopy do půdorysny nebo kolem nárysné stopy do nárysny.

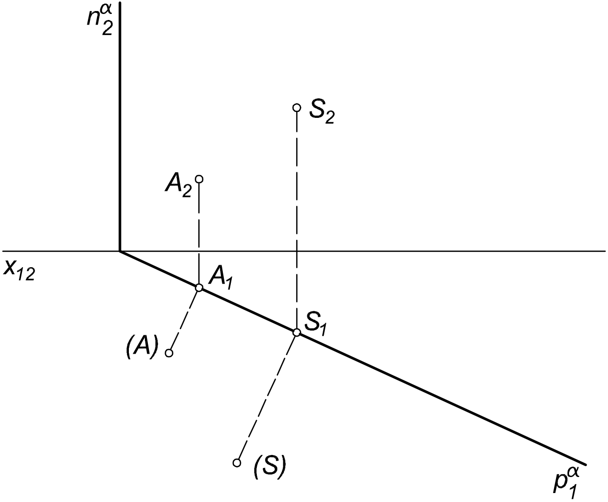
Př: V rovině α zobrazte čtverec $ABCD$ se středem S.



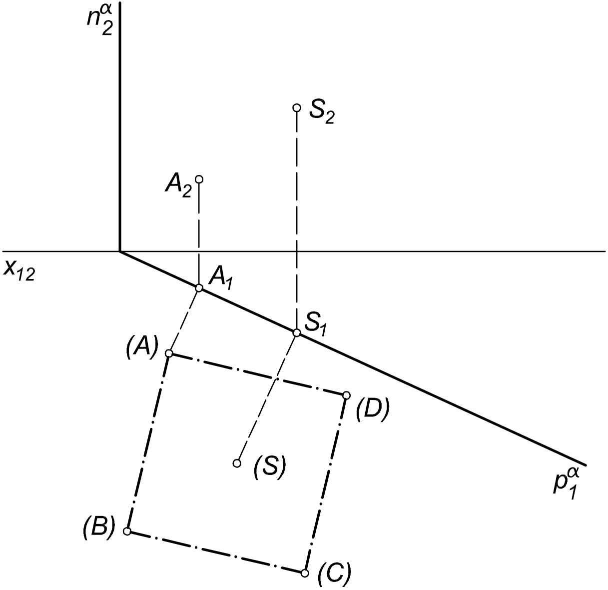
Př: V rovině α zobrazte čtverec $ABCD$ se středem S.



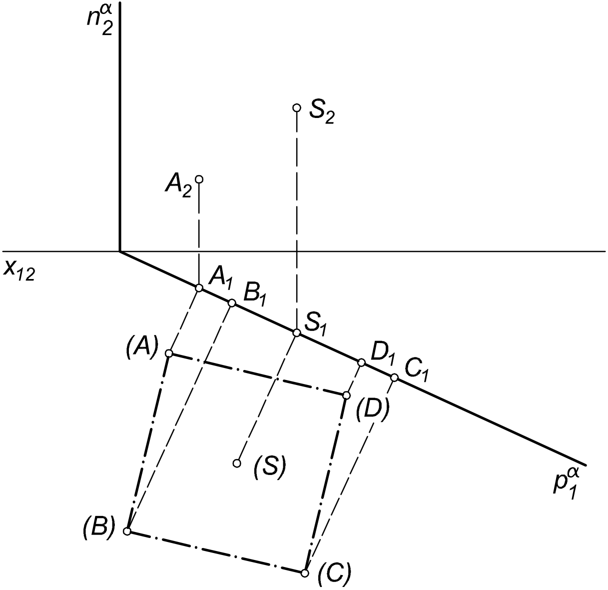
Př: V rovině α zobrazte čtverec $ABCD$ se středem S.



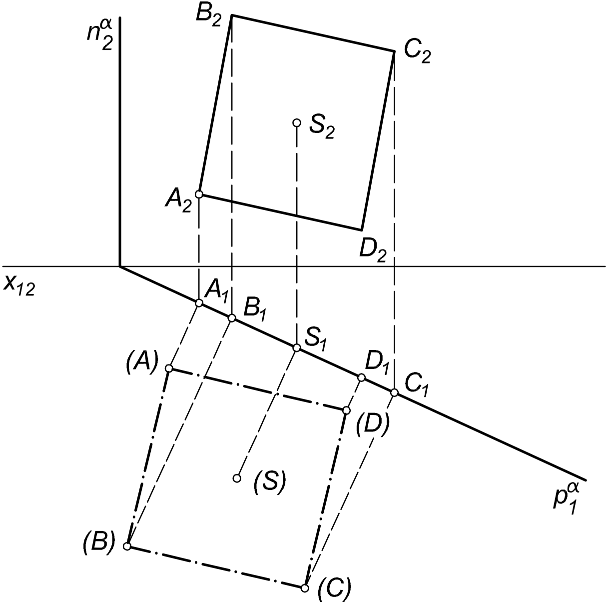
Př: V rovině α zobrazte čtverec $ABCD$ se středem S.



Př: V rovině α zobrazte čtverec $ABCD$ se středem S.



Př: V rovině α zobrazte čtverec $ABCD$ se středem S.



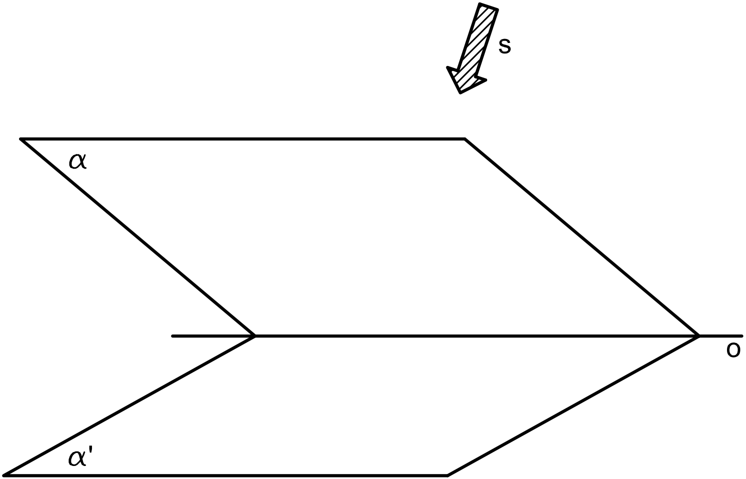
Osová afinita

Definice

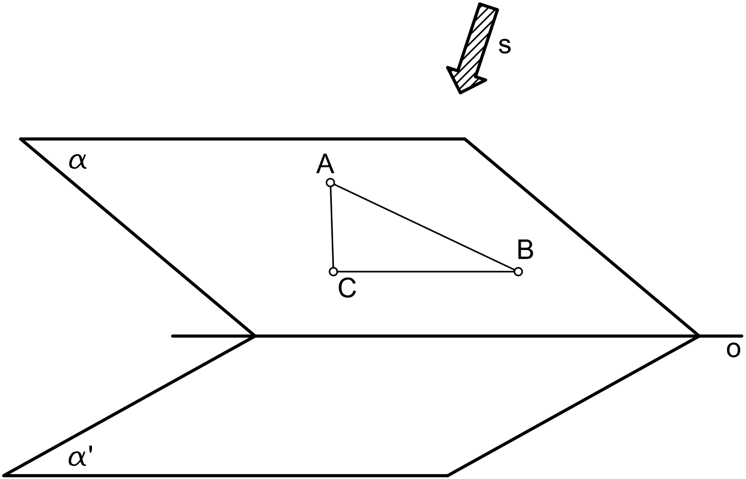
Mějme dvě různoběžné roviny α a α' a přímku s, která není rovnoběžná ani s jednou z nich. Označme o průsečnici rovin α a α'. Potom **afinita se směrem s a osou o** je zobrazení, které přiřazuje

1. každému bodu A roviny α bod A' roviny α' tak, že přímka AA' je rovnoběžná s přímkou s,
2. každé přímce $a \nparallel o$ roviny α přímku a' roviny α' tak, že přímky a, a', se protínají na přímce o, každé přímce $b \parallel o$ roviny ϱ přímku $b' \parallel o$ roviny σ.

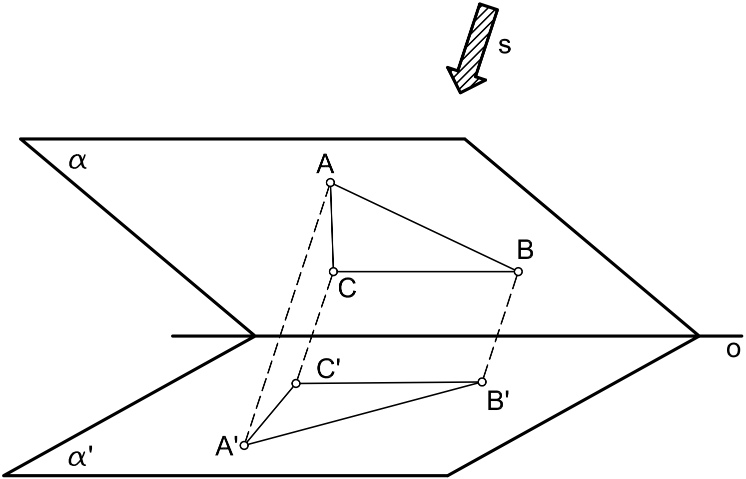
Osová afinita



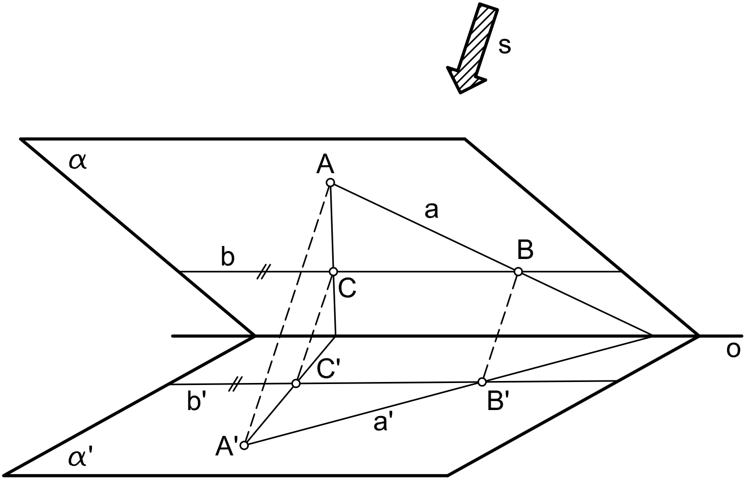
Osová afinita



Osová afinita

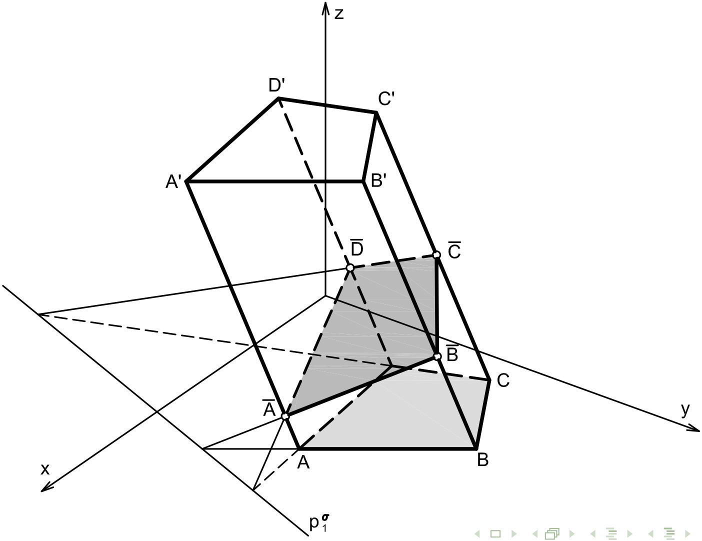


Osová afinita



Osová afinita – příklady

- mezi rovinou a jejím otočeným obrazem,
- mezi dvěma řezy na hranolu, resp. mezi podstavou a řezem hranolu.



Osová afinita – vlastnosti

1. Bodu odpovídá bod a přímce přímka.
2. Body, které si odpovídají v osové afinitě, leží na přímce rovnoběžné se směrem afinity.
3. Přímky, které si odpovídají v osové afinitě, se protínají na ose afinity nebo jsou s ní rovnoběžné.
4. Body osy afinity jsou samodružné.
5. Osová afinita zachovává incidenci.
6. Osová afinita zachovává rovnoběžnost.
7. Osová afinita zachovává dělící poměr.

Osová afinita v rovině

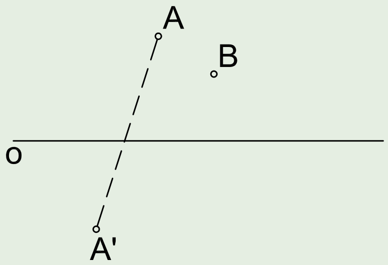
Vzniká promítnutím osové afinity z prostoru do roviny, jež není rovnoběžná s rovinami α, α' ani se směrem s. Vlastnosti afinity zůstávají zachovány.

Osová afinita v rovině

Vzniká promítnutím osové afinity z prostoru do roviny, jež není rovnoběžná s rovinami α, α' ani se směrem s. Vlastnosti afinity zůstávají zachovány.

Základní konstrukce afinity

V afinitě dané osou o a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte bod B.

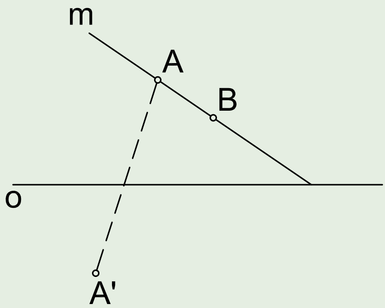


Osová afinita v rovině

Vzniká promítnutím osové afinity z prostoru do roviny, jež není rovnoběžná s rovinami α, α' ani se směrem s. Vlastnosti afinity zůstávají zachovány.

Základní konstrukce afinity

V afinitě dané osou o a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte bod B.



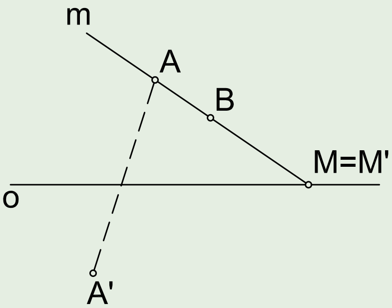
1. m; $m = \overleftrightarrow{AB}$

Osová afinita v rovině

Vzniká promítnutím osové afinity z prostoru do roviny, jež není rovnoběžná s rovinami α, α' ani se směrem s. Vlastnosti afinity zůstávají zachovány.

Základní konstrukce afinity

V afinitě dané osou o a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte bod B.



1. $m; m = \overleftrightarrow{AB}$
2. $M = M'; M = M' \in m \cap o$

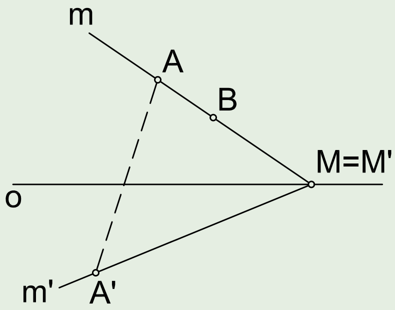
Osová afinita v rovině

Vzniká promítnutím osové afinity z prostoru do roviny, jež není rovnoběžná s rovinami α, α' ani se směrem s. Vlastnosti afinity zůstávají zachovány.

Základní konstrukce afinity

V afinitě dané osou o a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte bod B.

1. $m; m = \overleftrightarrow{AB}$
2. $M = M'; M = M' \in m \cap o$
3. $m'; m' = \overleftrightarrow{A'M'}$



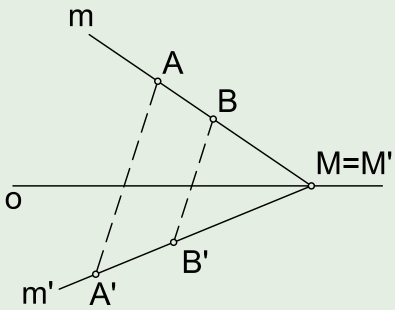
Osová afinita v rovině

Vzniká promítnutím osové afinity z prostoru do roviny, jež není rovnoběžná s rovinami α, α' ani se směrem s. Vlastnosti afinity zůstávají zachovány.

Základní konstrukce afinity

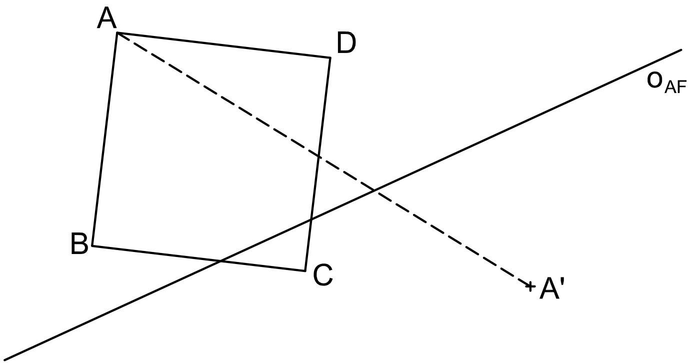
V afinitě dané osou o a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte bod B.

1. $m; m = \overleftrightarrow{AB}$
2. $M = M'; M = M' \in m \cap o$
3. $m'; m' = \overleftrightarrow{A'M'}$
4. B'



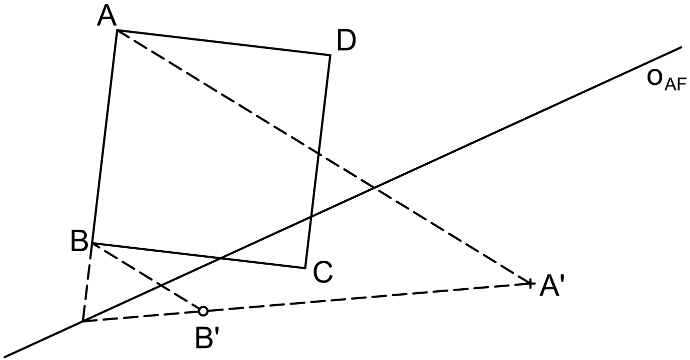
Osová afinita

Příklad: V afinitě dané osou o_{AF} a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte čtverec $ABCD$.



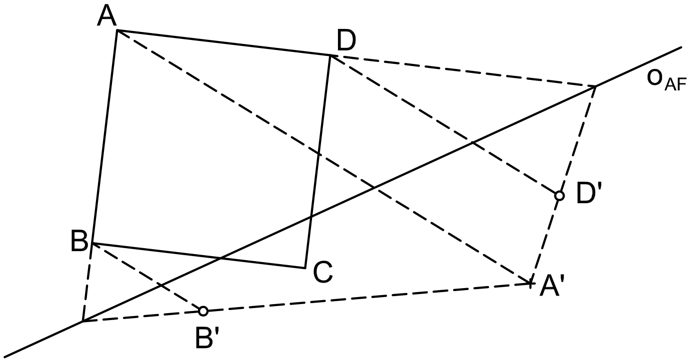
Osová afinita

Příklad: V afinitě dané osou o_{AF} a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte čtverec $ABCD$.



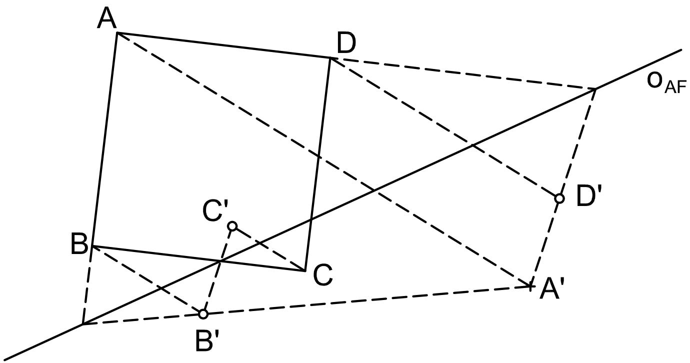
Osová afinita

Příklad: V afinitě dané osou o_{AF} a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte čtverec $ABCD$.



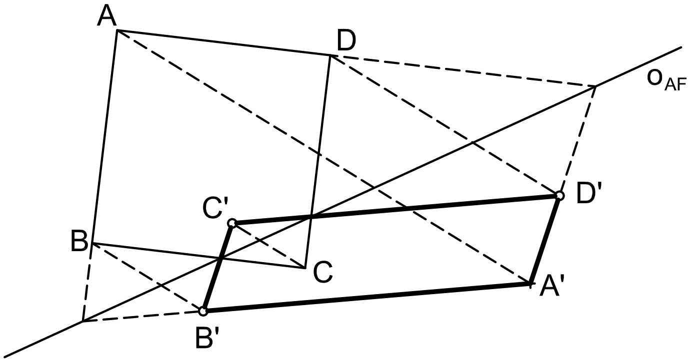
Osová afinita

Příklad: V afinitě dané osou o_{AF} a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte čtverec $ABCD$.



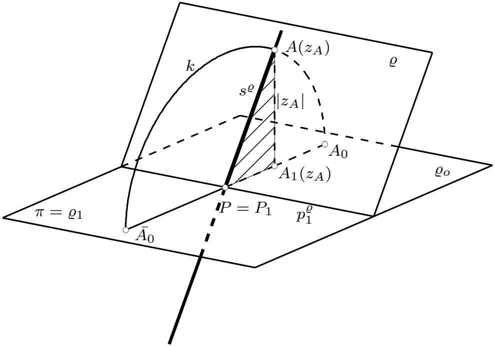
Osová afinita

Příklad: V afinitě dané osou o_{AF} a párem odpovídajících bodů A, A' zobrazte čtverec $ABCD$.



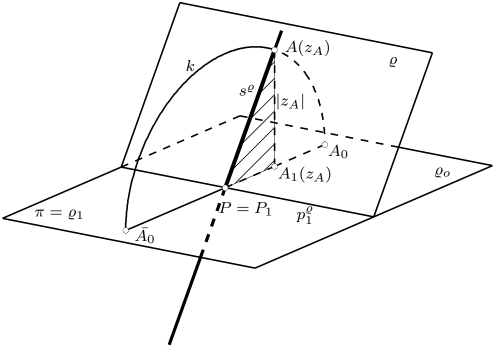
Otočení roviny

Rovinu ϱ otáčíme kolem její půdorysné stopy do půdorysny nebo kolem nárysné stopy do nárysny.



- Každý bod A roviny ϱ, který neleží na její stopě se otáčí po kružnici k, tzv. **kružnice otáčení** bodu A.

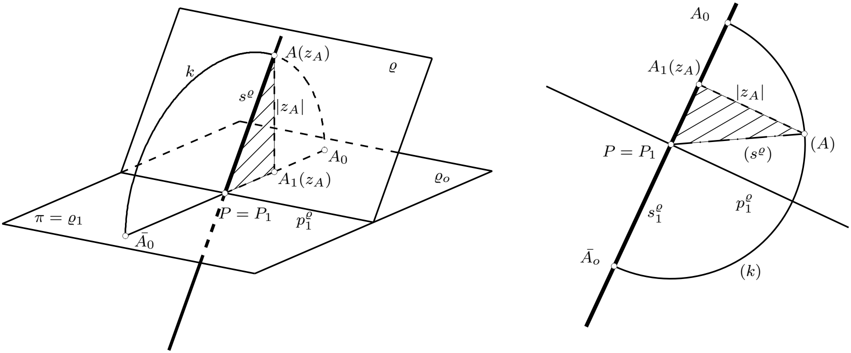
Otočení roviny



- Střed kružnice otáčení k je stopník P spádové přímky s^ϱ procházející bodem A. Nazývá se **střed otáčení** bodu A.
- Poloměr kružnice k je **poloměr otáčení** bodu A.
- Průsečíky kružnice k s průmětnou jsou **otočené body** A_0 resp. $\bar{A}_0$

Otočení roviny

Sklopení promítací roviny kružnice otáčení:



Otočení roviny

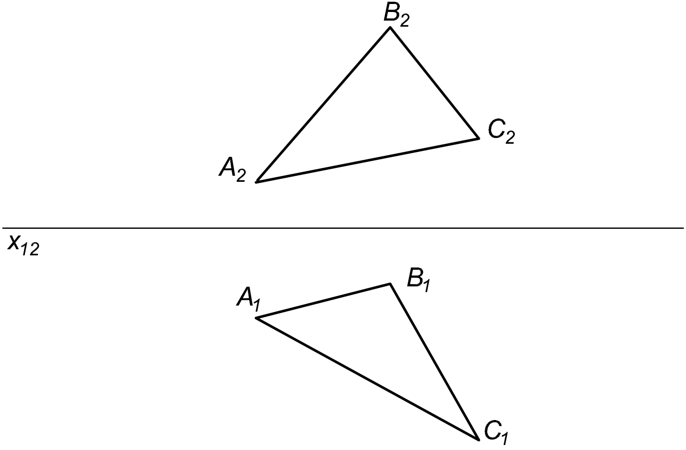
Mezi průmětem roviny a jejím otočeným obrazem je vztah **afinity**. Osou této afinity je stopa roviny ϱ, směr afinity je kolmý ke stopě roviny ϱ.

Otočení roviny

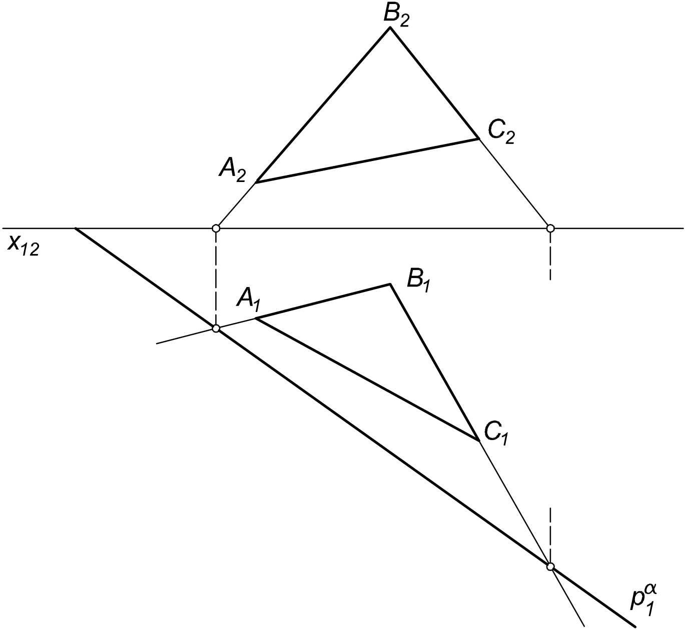
Mezi průmětem roviny a jejím otočeným obrazem je vztah **afinity**. Osou této afinity je stopa roviny ϱ, směr afinity je kolmý ke stopě roviny ϱ.

Rovinu otočíme kolem stopy do průmětny tak, že určíme poloměr otočení jednoho vhodného bodu roviny. Ostatní body a přímky otáčíme užitím osové afinity.

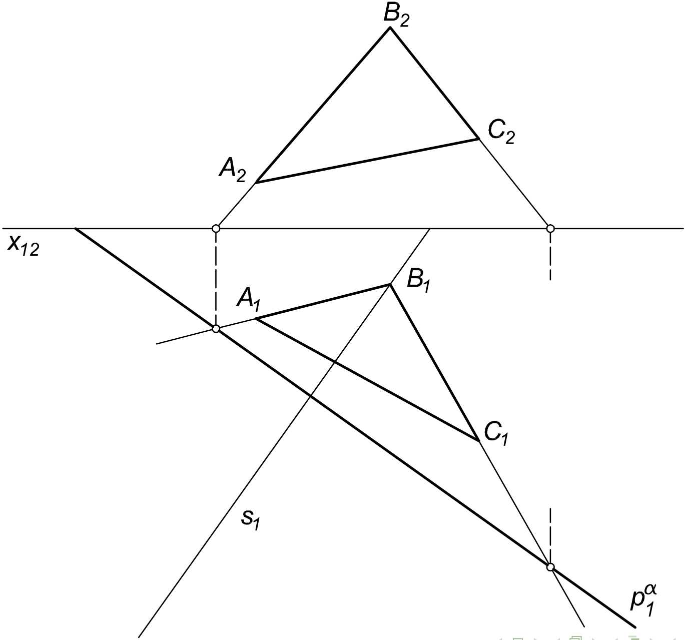
Př: Určete skutečnou velikost trojúhelníka $\triangle ABC$.



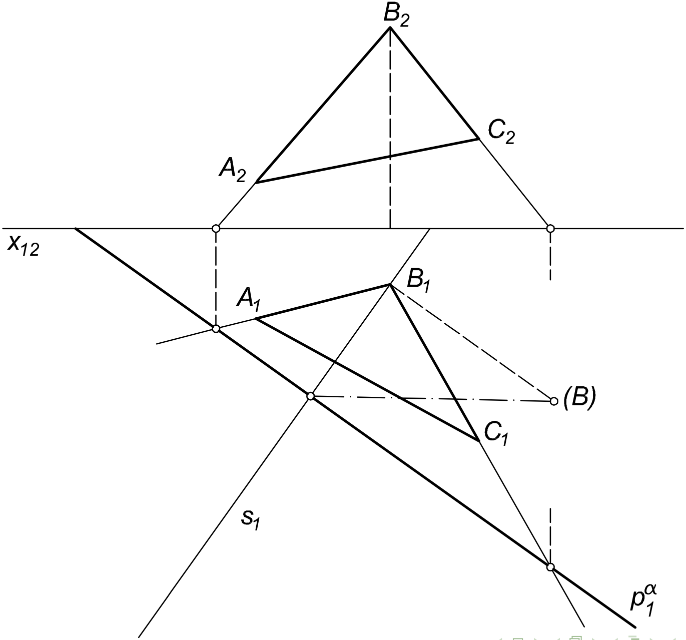
Př: Určete skutečnou velikost trojúhelníka $\triangle ABC$.



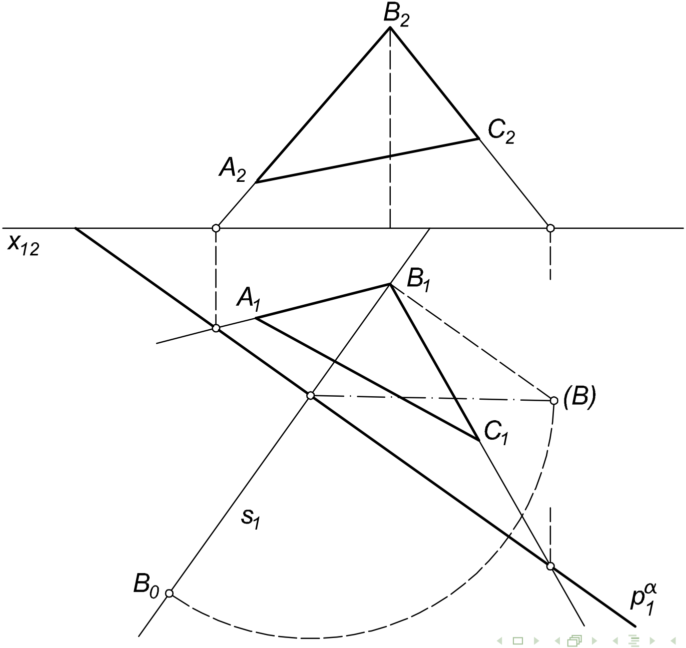
Př: Určete skutečnou velikost trojúhelníka $\triangle ABC$.



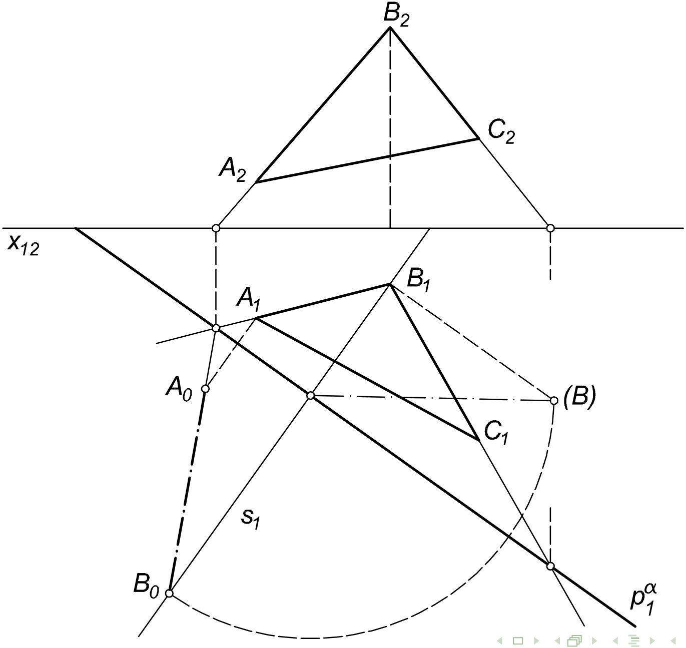
Př: Určete skutečnou velikost trojúhelníka $\triangle ABC$.



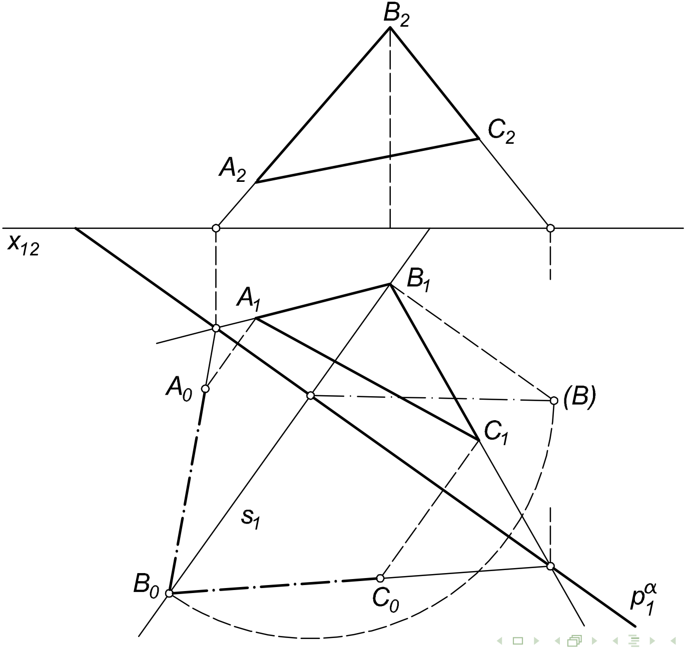
Př: Určete skutečnou velikost trojúhelníka $\triangle ABC$.



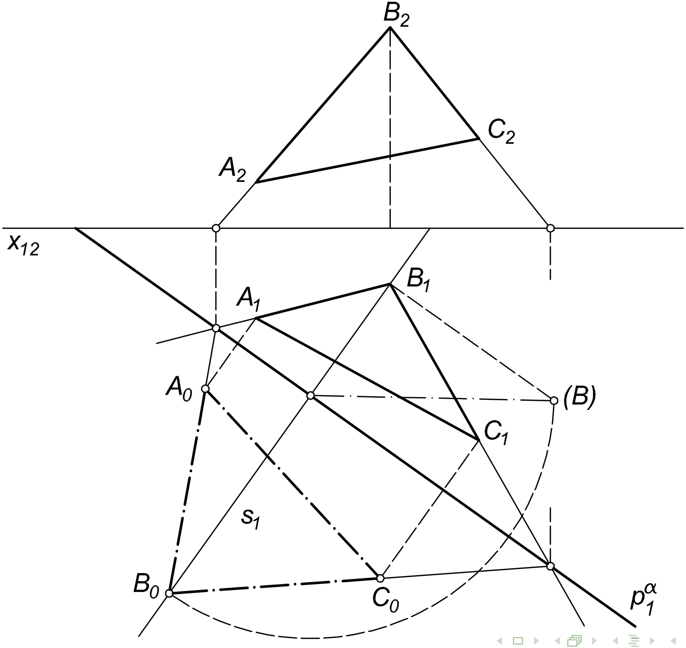
Př: Určete skutečnou velikost trojúhelníka $\triangle ABC$.



Př: Určete skutečnou velikost trojúhelníka $\triangle ABC$.



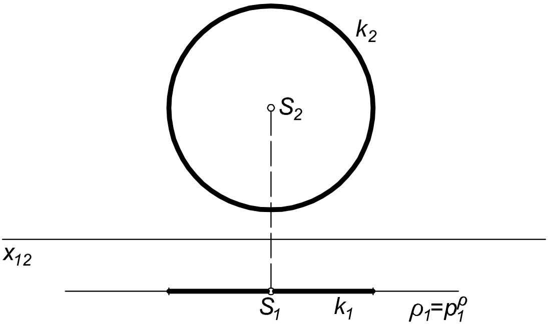
Př: Určete skutečnou velikost trojúhelníka $\triangle ABC$.



Zobrazení kružnice

Pravoúhlým průmětem kružnice, která leží v rovině rovnoběžné s průmětnou, je shodná kružnice, její střed je průmětem středu dané kružnice.

Leží-li kružnice v rovině kolmé k průmětně, je jejím pravoúhlým průmětem úsečka, která leží na průmětu roviny; její délka je rovna průměru kružnice a její střed je průmětem středu kružnice.



Zobrazení kružnice

Pro průmět kružnice ležící v rovině, která má vzhledem k průmětně obecnou polohu, platí věta:

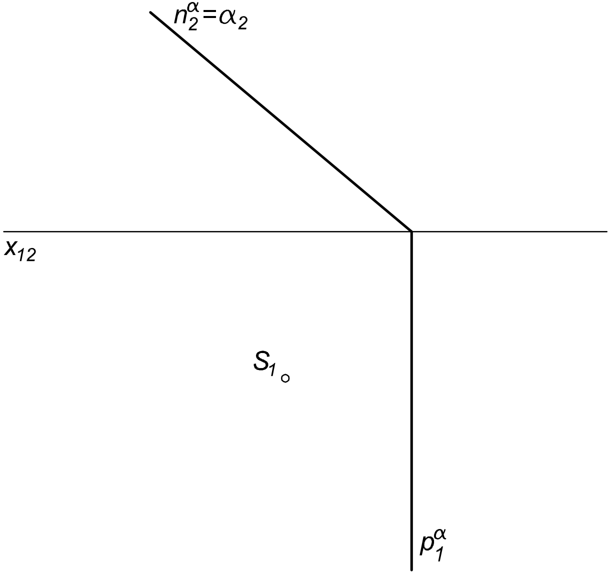
Pravoúhlým průmětem kružnice o poloměru r ležící v rovině, která není rovnoběžná s průmětenou ani není k průmětně kolmá, je **elipsa**.

Střed elipsy je průmětem středu kružnice.

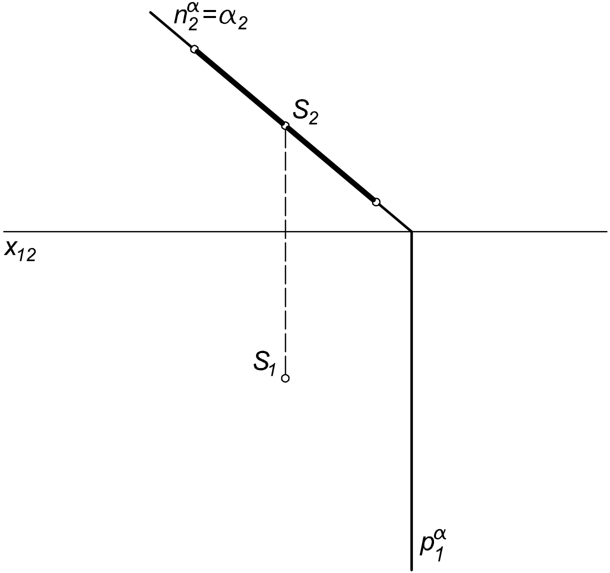
Hlavní osou elipsy je průmět hlavní přímky roviny, která prochází středem kružnice, délka hlavní poloosy je $a = r$.

Vedlejší osou je průmět spádové přímky roviny, která prochází středem kružnice.

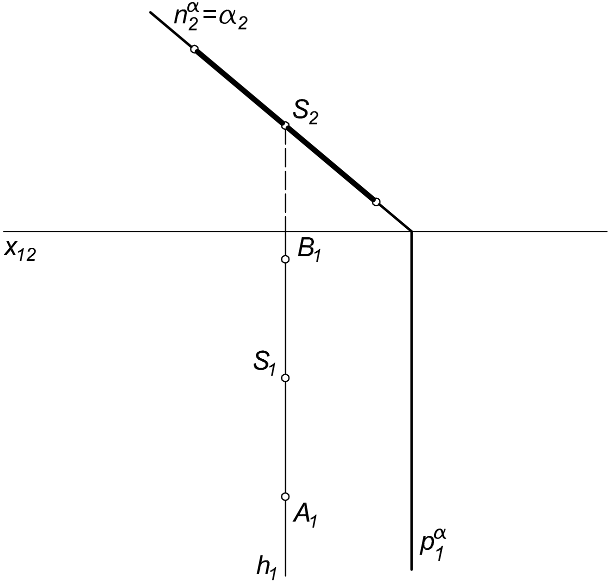
Př: V rovině α zobrazte kružnici $k(S, r = 2cm)$.



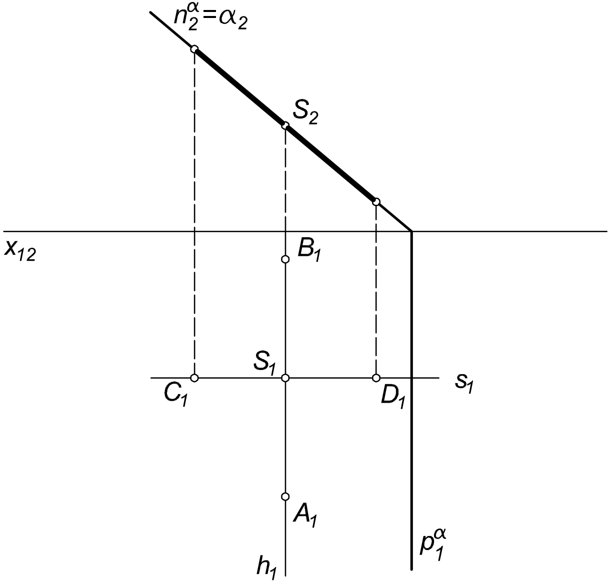
Př: V rovině α zobrazte kružnici $k(S, r = 2cm)$.



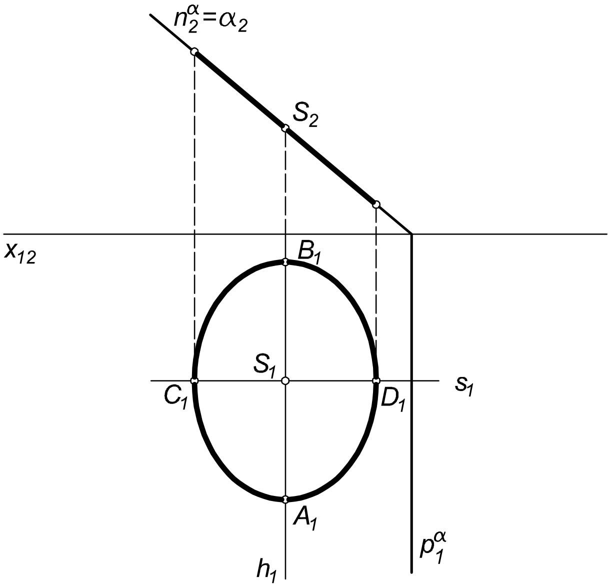
Př: V rovině α zobrazte kružnici $k(S, r = 2cm)$.



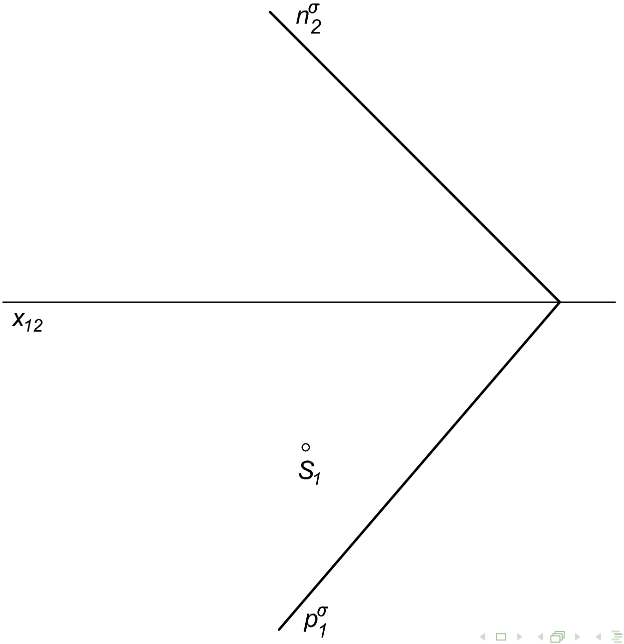
Př: V rovině α zobrazte kružnici $k(S, r = 2cm)$.



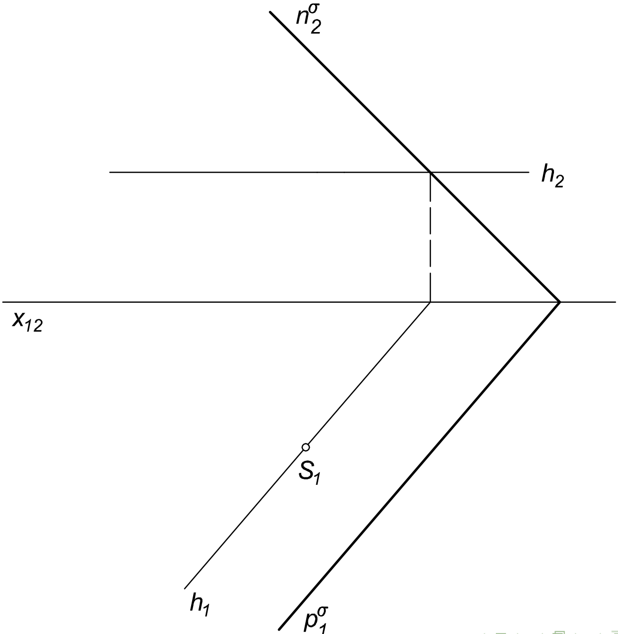
Př: V rovině α zobrazte kružnici $k(S, r = 2cm)$.



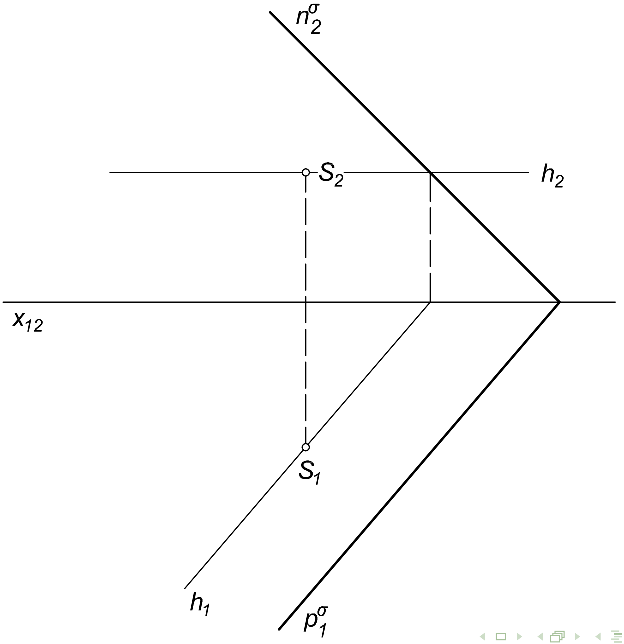
Př: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.



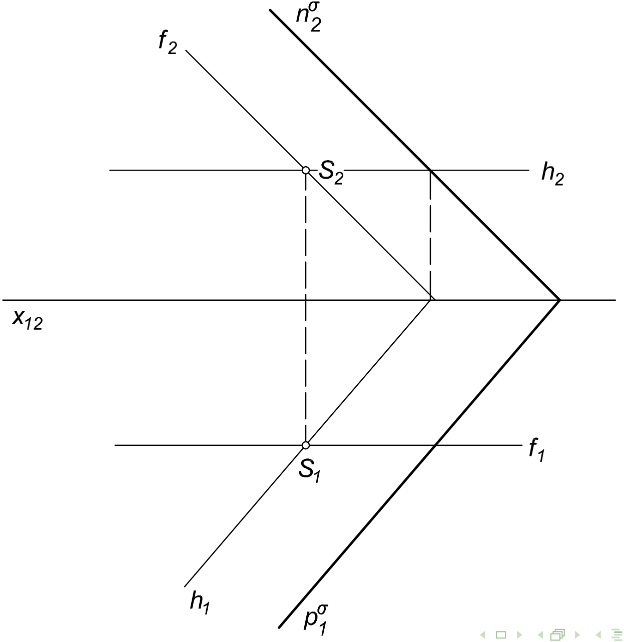
Př: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.



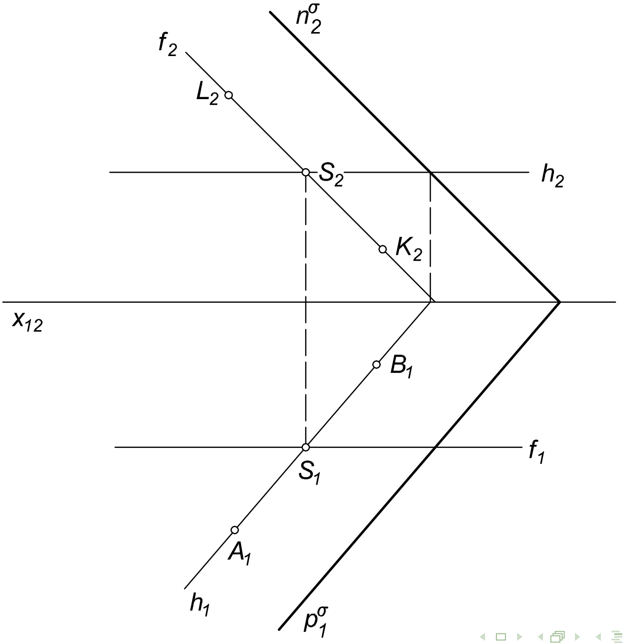
Př: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.



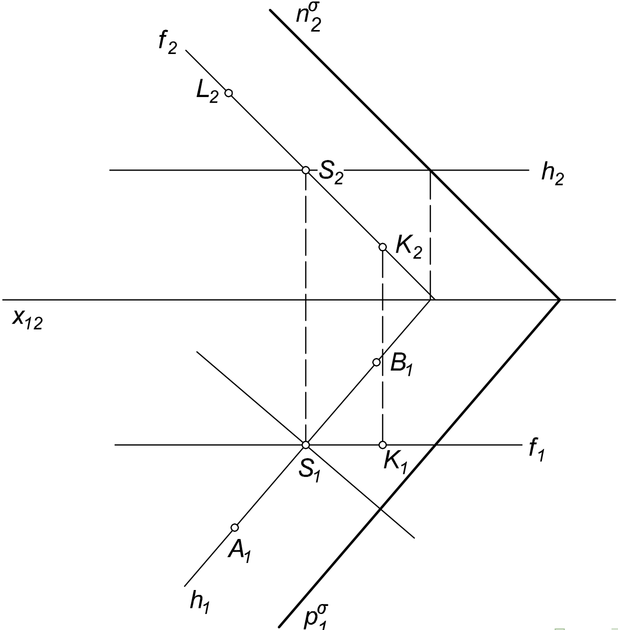
Př: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.



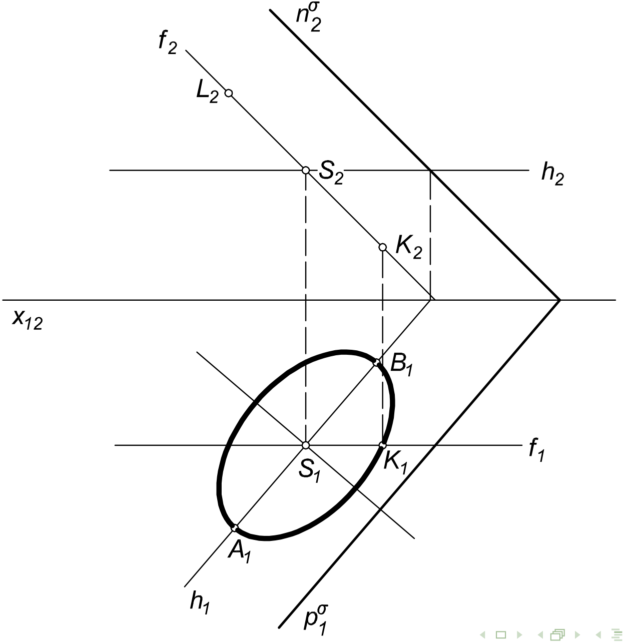
Př: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.



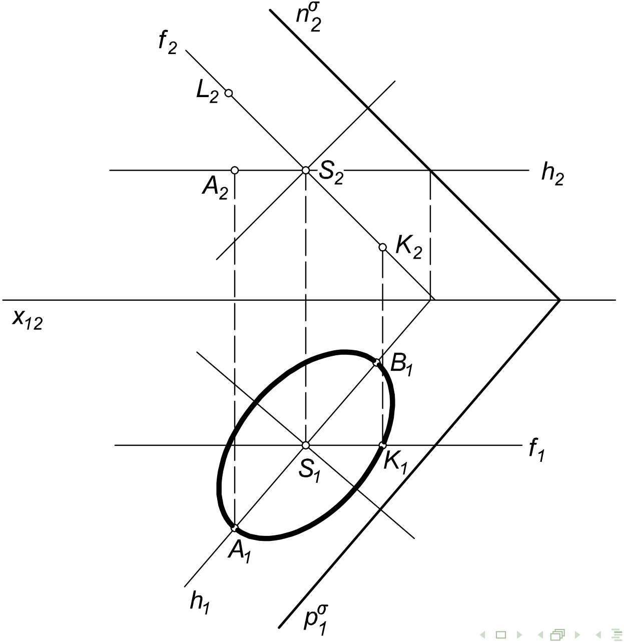
Př: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.



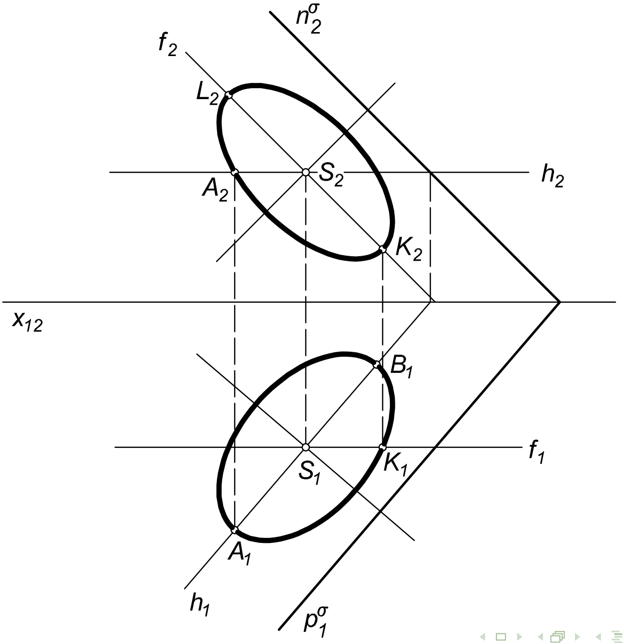
Př: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.



Př: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.



Př: V rovině σ dané stopami zobrazte kružnici o středu S a poloměru $r = 3cm$.



Kolmost přímky a roviny

Dvě vzájemně kolmé přímky, z nichž žádná není promítací, se promítají jako kolmé právě tehdy, když alespoň jedna z nich je rovnoběžná s průmětnou.

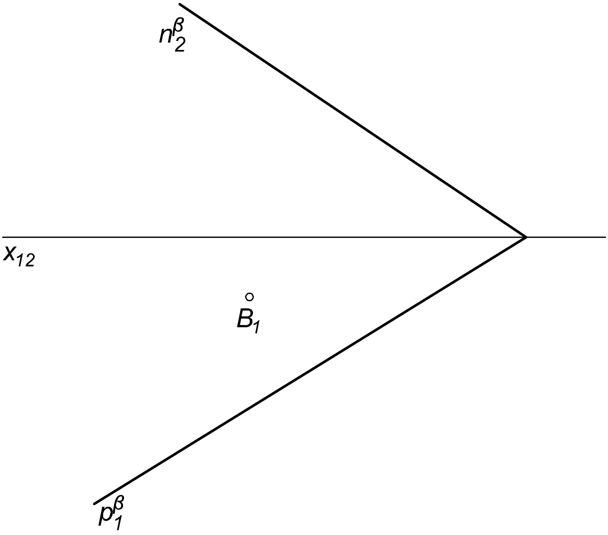
Kolmost přímky a roviny

Dvě vzájemně kolmé přímky, z nichž žádná není promítací, se promítají jako kolmé právě tehdy, když alespoň jedna z nich je rovnoběžná s průmětnou.

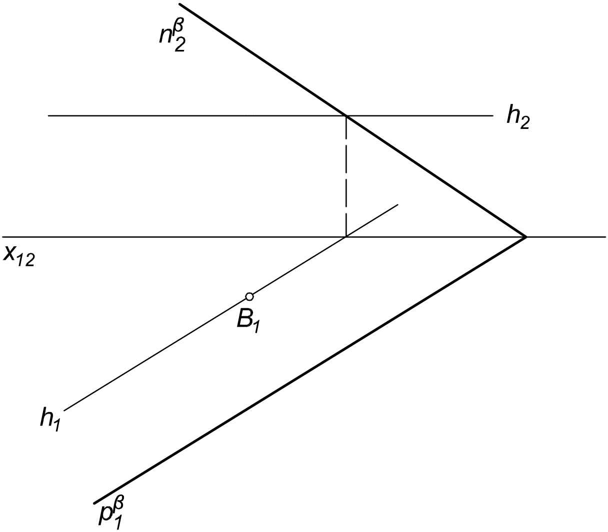
$\Longrightarrow$ Kolmice k k rovině β se zobrazí

- v prvním průmětu kolmo na půdorysnou stopu p_1^β a horizontální přímku h_1^β,
- a v druhém průmětu kolmo nárysnou stopu n_2^β a frontální přímku f_2^β.

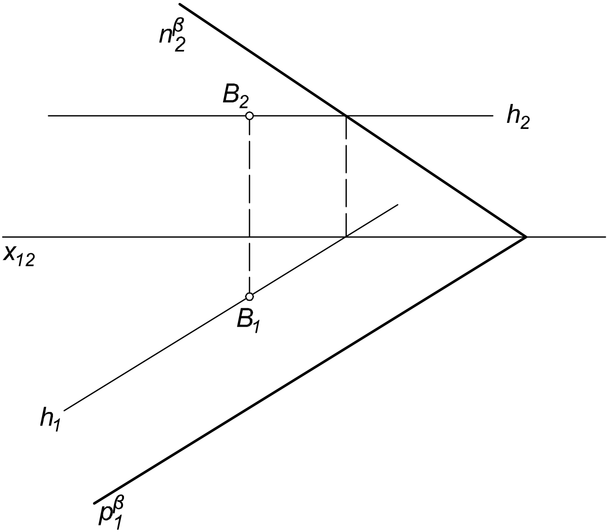
Př: Zobrazte kolmici k k rovině β procházející bodem $B \in \beta$.



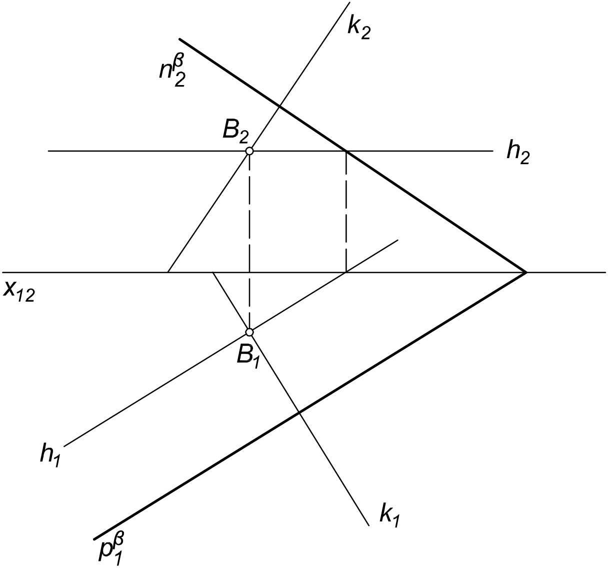
Př: Zobrazte kolmici k k rovině β procházející bodem $B \in \beta$.



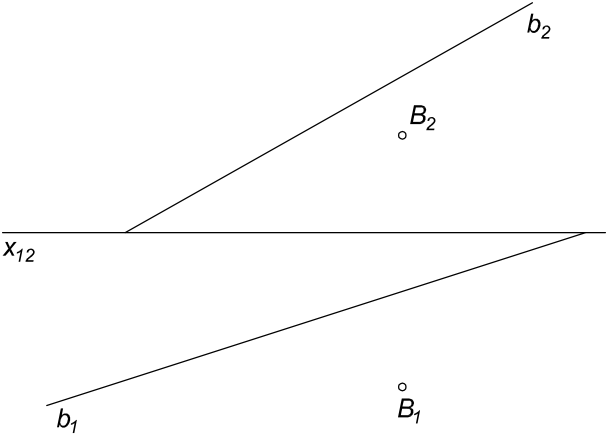
Př: Zobrazte kolmici k k rovině β procházející bodem $B \in \beta$.



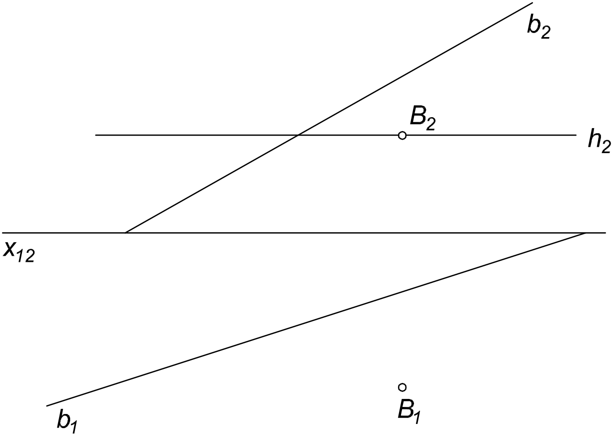
Př: Zobrazte kolmici k k rovině β procházející bodem $B \in \beta$.



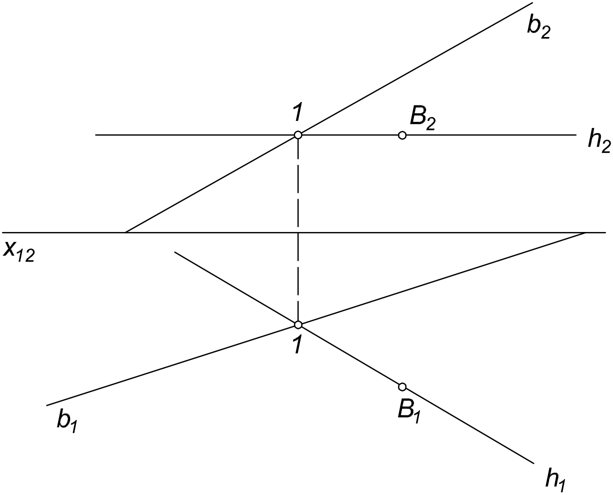
Př: Zobrazte kolmici k k rovině $\beta = (b, B)$ procházející bodem B.



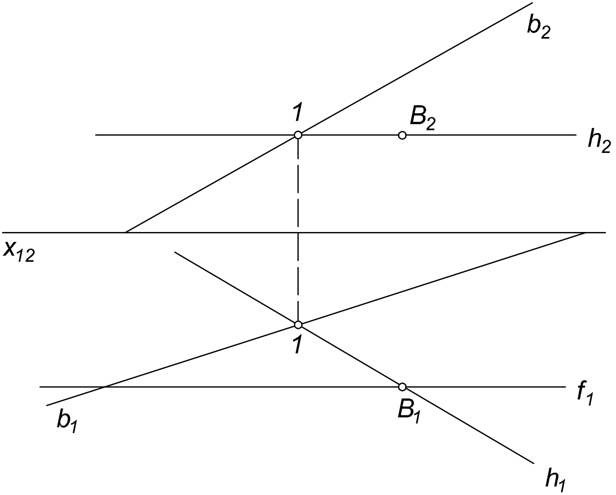
Př: Zobrazte kolmici k k rovině $\beta = (b, B)$ procházející bodem B.



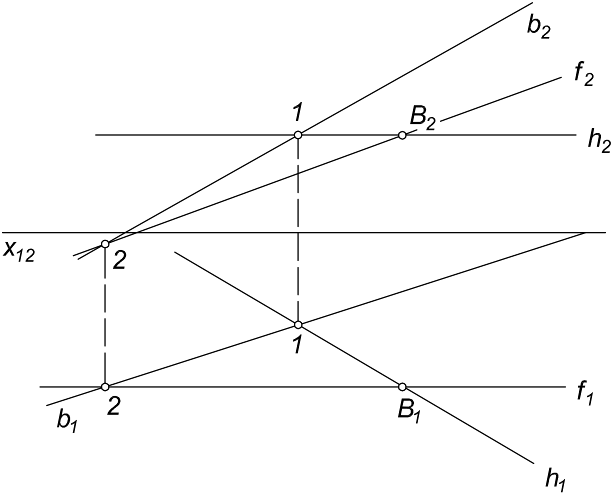
Př: Zobrazte kolmici k k rovině $\beta = (b, B)$ procházející bodem B.



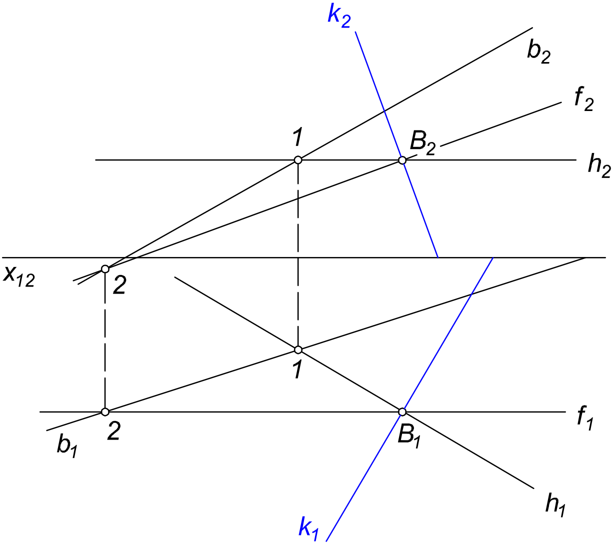
Př: Zobrazte kolmici k k rovině $\beta = (b, B)$ procházející bodem B.



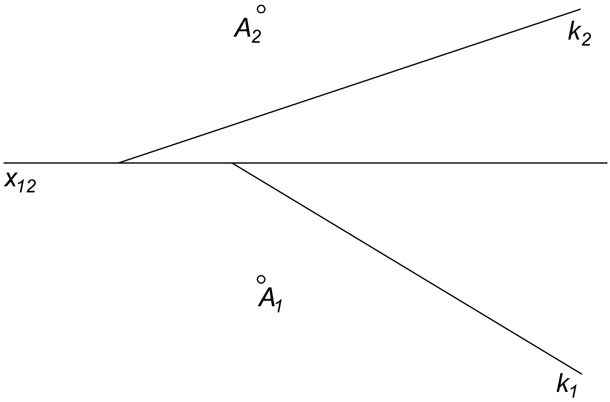
Př: Zobrazte kolmici k k rovině $\beta = (b, B)$ procházející bodem B.



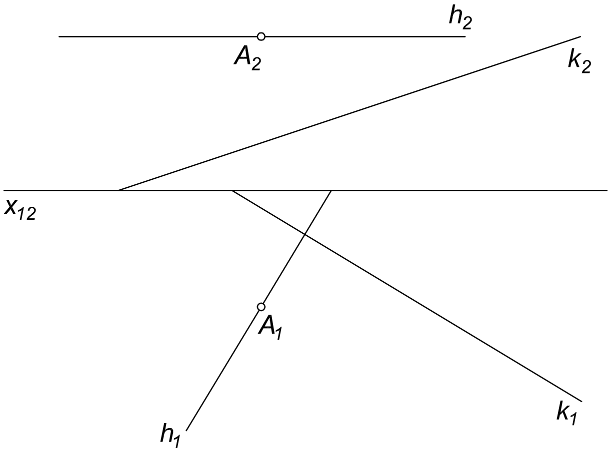
Př: Zobrazte kolmici k k rovině $\beta = (b, B)$ procházející bodem B.



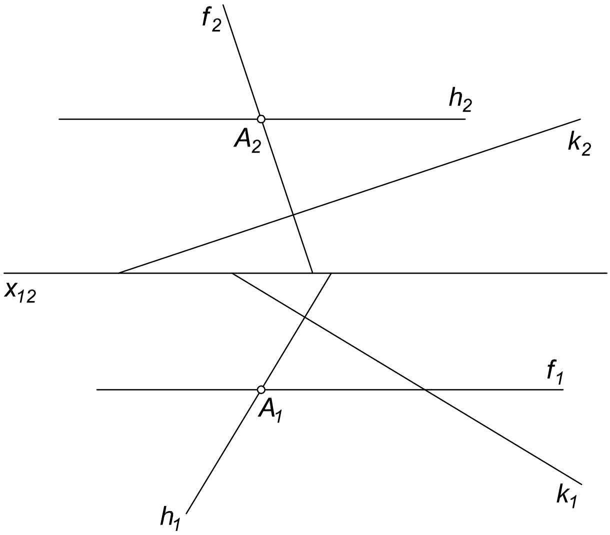
Př: Zobrazte stopy roviny α, která prochází bodem A a je kolmá k přímce k.



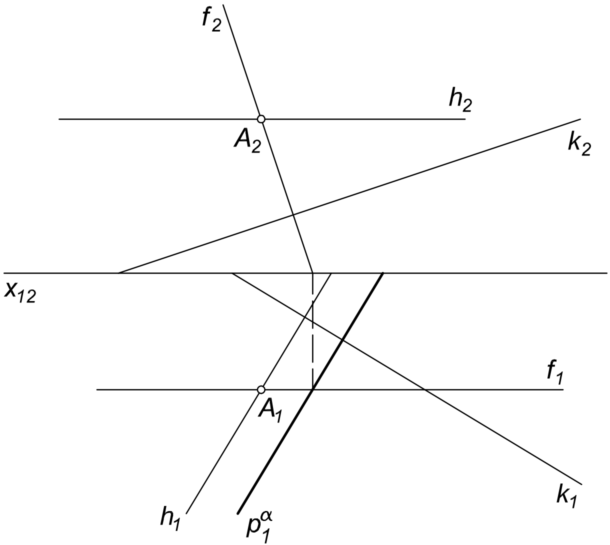
Př: Zobrazte stopy roviny α, která prochází bodem A a je kolmá k přímce k.



Př: Zobrazte stopy roviny α, která prochází bodem A a je kolmá k přímce k.



Př: Zobrazte stopy roviny α, která prochází bodem A a je kolmá k přímce k.



Př: Zobrazte stopy roviny α, která prochází bodem A a je kolmá k přímce k.